ແບບຕັ້ງຈຳນວນວິທີການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ

ທອງສຸກ ໄຊບຸນເຮືອງ[1], ສອນໄຊ ຊຽງວີໄລ[2], ອິນນາວັນ ນາມຄາລັກ[3], ປານທອງ ວົງບຸນສີ[4]
ໂທ ສີເກດພອນ[5] ແລະ ສົມພອນ ພອນຈະເລີນ[6]
ຄະນະວິທະຍາສາດທຳມະຊາດ, ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງຊາດ

[1] ***ຕິດຕໍ່ພົວພັນ:*** *ທອງສຸກ ໄຊບຸນເຮືອງ, ພະແນກຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດ ແລະ ບໍລິການວິຊາການ, ຄະນະວິທະຍາສາດທຳມະຊາດ, ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງຊາດ, ເບີໂທ: +856 20 5599 0981, ອີເມວ:* Souksbh@nuol.edu.la

[2, 3] *ພະແນກຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດ ແລະ ບໍລິການວິຊາການ, ຄະນະວິທະຍາສາດ ທຳມະຊາດ, ມຊ.*

[4,5, 6] *ພາກວິຊາ ຄະນິດສາດ ແລະ ສະຖິຕິ, ຄະນະວິທະຍາສາດທຳມະຊາດ, ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງຊາດ.*

ຂໍ້ມູນບົດຄວາມ:
ການສົ່ງບົດຄວາມ: 25 ສິງຫາ 2021
ປັບປຸງສຳເລັດ: 27 ກັນຍາ 2021
ການຕອບຮັບ: 10 ຕຸລາ 2021

ບົດຄັດຫຍໍ້

ບົດໂຄງການຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດນີ້ມີຈຸດປະສົງ: ເພື່ອຄາດຄະເນແບບຕັ້ງ ຈຳນວນວິທີການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ (ກໍລະນີຈານຫຼາຍກວ່າຈອກ) ໂດຍນຳໃຊ້ຫຼັກການວຽນເກີດ ແລະ ການພິສູດແບບຂັ້ນຂັ້ນ. ຜົນການຄົ້ນຄວ້າເຫັນວ່າ: ໃນການທົດລອງຍ້າຍຈອກຈຳນວນ n ຈອກໃສ່ຈານຈຳນວນ m ຈານ, ສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງ ໃນຮູບແບບການວຽນເກີດ ແລະ ແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບທົ່ວໄປແມ່ນ $a_m^n = a_{m-1}^n + n(m-1)(m-2)(m-3)\ldots(m-(n-1)), m > n$ ແລະ $a_m^n = m(m-1)(m-2)(m-3)\ldots(m-(n-1)),\ m \ge n$ ຕາມລຳດັບ ແລະ ສາມາດພິສູດແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບທົ່ວໄປ ດ້ວຍການພິສູດແບບຂັ້ນຂັ້ນ.

ຄຳສຳຄັນ: *ຈອກ, ຈານ, ແບບຕັ້ງ ແລະ ການຍ້າຍ.*

Saybounheaung et al. (2021). Souphanouvong University Journal of Multidisciplinary Research and Development. ISSN 2521-0653. Volume 7. Issue 2. July – December 2021. Page 140 - 151

Formulas of Counting to Move the Cups onto the Plates

Thongsouk Saybounheaung[1*], Sonexay Songvilay[2], Innavanh Namkhaluck[3], Parnthong Vongbounsy[4], Tho Sykedphone[5] and Somphone Phonechalern[6]

Faculty of Natural Sciences, National University of Laos, Lao PDR

*[*1]Correspondence:*

Thongsouk Saybounheaung, Tel: +85620 5599 0981, Email:

Souksbh@nuol.edu.la

[2, 3] Research and Service Division, Faculty of Natural Sciences, National University of Laos

[4,5, 6,] Department of Mathematics and Statistic, Faculty of Natural Sciences, National University of Laos

Article Info:

Submitted: Aug 25, 2021

Revised: Sept 27, 2021

Accepted: Oct 10, 2021

Abstract

The purposes of this research were: to generate the formulas of counting on moving the cups onto plates (in case there are more plates than cups) by using recursion and induction proof. The results found that moved the n cups onto the m plates, we can generate the recursive formula and general formula were generated by

$a_m^n = a_{m-1}^n + n(m-1)(m-2)(m-3)...(m-(n-1)), m > n$ and

$a_m^n = m(m-1)(m-2)(m-3)...(m-(n-1)), m \geq n$

in order, and were able to prove the general formula by using the induction proof.

Keyword: *cups, plates, formula and move*

1. ພາກສະເໜີ

ຄະນິດສາດເປັນສາຂາວິຊາວິທະຍາສາດໜຶ່ງທີ່ມີລັກສະນະເປັນຮູບປະທຳ ແລະ ນາມມະທຳ, ເຊິ່ງກ່ຽວຂ້ອງກັບແນວຄວາມຄິດ, ວິທີການ ແລະ ຂະບວນການໃຫ້ເຫດຜົນຢ່າງເປັນລະບົບ, ມີເຫດມີຜົນ ບົນພື້ນຖານຫຼັກການໃດໜຶ່ງທີ່ແນ່ນອນ ເພື່ອໃຫ້ການແກ້ບັນຫາໄປຕາມຫຼັກການມີຄວາມຖືກຕ້ອງ, ຊັດເຈນ ແລະ ມີຄວາມໜ້າເຊື່ອຖືໄດ້. ຄະນິດສາດກໍ່ມີຫຼາຍວິຊາ ຕັ້ງແຕ່ລະດັບຂັ້ນພື້ນຖານ ຈົນຮອດລະດັບຂັ້ນສູງ, ໂດຍລວມແລ້ວເຫັນວ່າການຄິດໄລ່ ແລະ ການແກ້ບັນຫາໃນວິຊາຄະນິດສາດ ແມ່ນມີຄວາມສັບສົນ ແລະ ມີຄວາມຍາກຫຼາຍທີ່ສຸດຖ້າວ່າທຽບໃສ່ວິຊາອື່ນໆ ແຕ່ວ່າຄະນິດສາດມັນໄດ້ກາຍເປັນວິຊາພື້ນຖານໃຫ້ແກ່ການນຳໃຊ້ເຂົ້າໃນຂະບວນການແກ້ບັນຫາດ້ານຕ່າງໆບໍ່ວ່າທາງກົງ ຫຼື ທາງອ້ອມ ໂດຍສະເພາະທາງດ້ານເສດຖະກິດ ແລະ ສັງຄົມລ້ອມແຕ່ນຳໃຊ້ຄະນິດສາດເຂົ້າໃນການຄິດໄລ່, ວິເຄາະ ແລະວິໄຈ ເພື່ອຊອກຫາບັນດາຄຳຕອບທີ່ຕ້ອງການ. ດັ່ງນັ້ນ , ການສ້າງກິດຈະກຳທາງຄະນິດສາດ ຈຶ່ງເປັນວິທີການອີກແບບໜຶ່ງທີ່ມີບົດບາດສຳຄັນ ທີ່ຈະຊ່ວຍໃຫ້ຜູ້ຮຽນ ຫຼື ຜູ້ສົນໃຈທົ່ວໄປໄດ້ຮັບຮູ້ ແລະ ເຂົ້າໃຈຕໍ່ບັນຫານັ້ນໆໄດ້ງ່າຍຂຶ້ນ (ທອງສຸກ ໄຊບຸນເຮືອງ, 2011).

ການທົດລອງ/ການສ້າງກິດຈະກຳ ໝາຍເຖິງການປະຕິບັດການຢ່າງໃດຢ່າງໜຶ່ງເພື່ອການຮຽນຮູ້ໃນເລື່ອງໃດເລື່ອງໜຶ່ງທີ່ເປັນລະບົບ, ມີຫຼັກການ, ມີຈຸດປະສົງ ເພື່ອເພີ່ມຄວາມຮູ້ ແລະ ປະສົບການໃຫ້ບັນລຸໄດ້ຕາມຈຸດມຸ່ງໝາຍຂອງຜູ້ສ້າງກິດຈະກຳນັ້ນໆ. ໃນນີ້ການສ້າງກິດຈະກຳທາງຄະນິດສາດເປັນກິດຈະກຳໜຶ່ງທີ່ອາໄສບັນດາທິດສະດີ, ນິຍາມ ແລະ ຫຼັກການທາງຄະນິດສາດເຂົ້າໃນການສ້າງ ເພື່ອເປັນການຊ່ວຍໃຫ້ແກ່ຜູ້ສ້າງກິດຈະກຳໄດ້ອະທິບາຍບັນຫາທີ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບເນື້ອໃນບົດຮຽນໃຫ້ມີຄວາມລະອຽດ, ຈະແຈ້ງ ພ້ອມທັງເຮັດໃຫ້ຜູ້ຮຽນ ຫຼື ຜູ້ທີ່ມີຄວາມສົນໃຈໄດ້ເຂົ້າໃຈຕໍ່ກັບເນື້ອໃນບົດຮຽນນັ້ນໆໄດ້ຢ່າງເປັນຮູບປະທຳຫຼາຍຂຶ້ນ. ການສ້າງກິດຈະກຳທາງຄະນິດສາດ, ນອກຈາກຈະຊ່ວຍເສີມຄວາມຮູ້ວິຊາຄະນິດສາດແລ້ວຍັງຊ່ວຍໃຫ້ຜູ້ຮຽນ ຫຼື ຜູ້ທີ່ສົນໃຈ ເຫັນໄດ້ຄວາມສຳຄັນຂອງວິຊາຄະນິດສາດ ແລະ ຖ້າວ່າເປັນກິດຈະກຳທາງຄະນິດສາດເພື່ອການຮຽນ-ການສອນ ແມ່ນສາມາດສົ່ງເສີມໃຫ້ຜູ້ຮຽນມີຄວາມສົນໃຈໃນສິ່ງທີ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບຄະນິດສາດ ຕະຫຼອດຮອດການພັດທະນາສັກກະຍະພາບຂອງຜູ້ຮຽນໃຫ້ສາມາດ ນຳເອົາຄວາມ

ຮູ້ທີ່ໄດ້ຈາກກິດຈະກຳໄປປະກອບໃຊ້ການແກ້ບັນຫາຕ່າງໆ ໃນຊີວິດປະຈຳວັນອີກດ້ວຍ (ມັນ ຈັນທະລາດ, 2018).

ໃນນີ້ການທົດລອງຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ເປັນກິດຈະກຳໜຶ່ງທີ່ພົວພັນເຖິງບັນຫາທາງຄະນິດສາດ ສາມາດນຳໃຊ້ທິດສະດີ, ນິຍາມ, ສູດ ແລະ ຫຼັກການທາງຄະນິດສາດ ເຂົ້າໃນການຄຳນວນ ແລະ ກຳນົດຮູບແບບ ແລະ ວິທີການຫຼິ້ນໃຫ້ງ່າຍຂຶ້ນ. ເຖິງແມ່ນວ່າ ໃນໄລຍະຜ່ານມາກໍ່ມີຫຼາຍຄົນ, ຫຼາຍພາກສ່ວນ ໄດ້ສ້າງກິດຈະກຳທາງຄະນິດສາດເພື່ອປະກອບການຮຽນ-ການສອນ ແຕ່ກໍ່ຍັງເຫັນວ່າບໍ່ທັນມີບຸກຄົນໃດພາກສ່ວນໃດໄດ້ສ້າງກິດຈະກຳຕົວຈິງກ່ຽວກັບການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ພ້ອມທັງຊອກຫາແບບຕັ້ງທົ່ວໄປ ແລະ ພິສູດແບບຕັ້ງທົ່ວໄປດັ່ງກ່າວຈາກກິດຈະກຳຕົວຈິງ.

ຈຸດປະສົງຂອງການຄົ້ນຄວ້າ ແມ່ນເພື່ອຄາດຄະເນແບບຕັ້ງ ຈຳນວນວິທີການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ (ກໍລະນີຈານຫຼາຍກວ່າຈອກ) ໂດຍນຳໃຊ້ຫຼັກການວຽນເກີດ ແລະ ການພິສູດແບບຂຶ້ນຂັ້ນ.

2. ອຸປະກອນ ແລະ ວິທີການ

2.1 ອຸປະກອນທີ່ໃຊ້ໃນການທົດລອງ

ອຸປະກອນທີ່ໃຊ້ໃນການທົດລອງ ປະກອບມີ: ຈອກ ແລະ ຈານ

ຮູບທີ 1 ສະແດງເຖິງຈອກ ແລະ ຈານ

2.2 ກຳນົດສັນຍາລັກ ແລະ ສູດທີ່ໃຊ້

ເພື່ອສະດວກໃນການສຶກສາຄົ້ນຄວ້າ ຈຶ່ງໄດ້ກຳນົດສັນຍາລັກ ແລະ ຕົວປ່ຽນຕ່າງໆດັ່ງນີ້:

C: ແທນສັນຍາລັກຈອກ (Cups)

P: ແທນສັນຍາລັກຈານ (Plates)

m: ແທນຈຳນວນຈານ, $m = 1, 2, \ldots$

n: ແທນຈຳນວນຈອກ, $n = 1, 2, \ldots$

C_i : ແທນຈອກທີ $i, i = 1, 2, \ldots, n$

P_j : ແທນຈານທີ $j, j = 1, 2, \ldots, m$

a_j^i : ແທນແບບຕັ້ງທົ່ວໄປຂອງການຍ້າຍ i ຈອກໃສ່ j ຈານ $i = 1, 2, \ldots, n$ ແລະ $j = 1, 2, \ldots, m$

P_m^n : ແທນສູດຈຳນວນວິທີການສະຫຼັບ n ຈອກໃສ່ m ຈານທີ່ແຕກຕ່າງກັນໝົດ ໂດຍທີ່:

$$P_m^n = \frac{m!}{(m-n)!}, \; n \le m$$

2.3 ທົດລອງຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ກໍລະນີຈານຫຼາຍກວ່າຈອກຕັ້ງແຕ່ 1 ຈອກ ແລະ 1 ຈານຂຶ້ນໄປ

1). ກໍລະນີທີ 1 ຈອກ ແລະ m ຈານ: ໂດຍທົດລອງຍ້າຍ 1 ຈອກ ໃສ່ 1 ຈານ, 1 ຈອກ ໃສ່ 2 ຈານ, 1 ຈອກ ໃສ່ 3 ຈານ, 1 ຈອກ ໃສ່ 4 ຈານ, 1 ຈອກ ໃສ່ 5 ຈານ,..., 1 ຈອກ ໃສ່ m ຈານ;

2). ກໍລະນີທີ 2 ຈອກ ແລະ m ຈານ: ໂດຍທົດລອງຍ້າຍ 2 ຈອກ ໃສ່ 2 ຈານ, 2 ຈອກ ໃສ່ 3 ຈານ, 2 ຈອກ ໃສ່ 4 ຈານ, 2 ຈອກ ໃສ່ 5 ຈານ, ... , 2 ຈອກ ໃສ່ m ຈານ;

3). ກໍລະນີທີ 3 ຈອກ ແລະ m ຈານ: ໂດຍທົດລອງຍ້າຍ 3 ຈອກ ໃສ່ 3 ຈານ, 3 ຈອກ ໃສ່ 4 ຈານ, 3 ຈອກ ໃສ່ 5 ຈານ, 3 ຈອກ ໃສ່ 6 ຈານ, ... , 3 ຈອກ ໃສ່ m ຈານ;

$\vdots$

4). ກໍລະນີທີ n ຈອກ ແລະ m ຈານ: ໂດຍທົດລອງຍ້າຍ n ຈອກ ໃສ່ m ຈານ, n ຈອກ ໃສ່ $m+1$ ຈານ, n ຈອກ ໃສ່ $m+2$ ຈານ, n ຈອກ ໃສ່ $m+3$ ຈານ,..., n ຈອກ ແລະ $m+r$ ຈານຄື:

2.4 ຄາດຄະເນແບບຕັ້ງຈຳນວນວິທີການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ແລະ ການພິສູດແບບຕັ້ງ

ອີງໃສ່ແຕ່ລະກໍລະນີ ຈາກກໍລະນີທີ 1 ຫາ ກໍລະນີທີ 4 ແລະ ນຳໃຊ້ຫຼັກການວຽນເກີດເພື່ອຄາດຄະເນແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບການວຽນເກີດ ແລະ ຮູບແບບທົ່ວໄປຂອງຈຳນວນວິທີທີ່ເປັນໄປໄດ້ ໃນການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານແຕ່ລະ

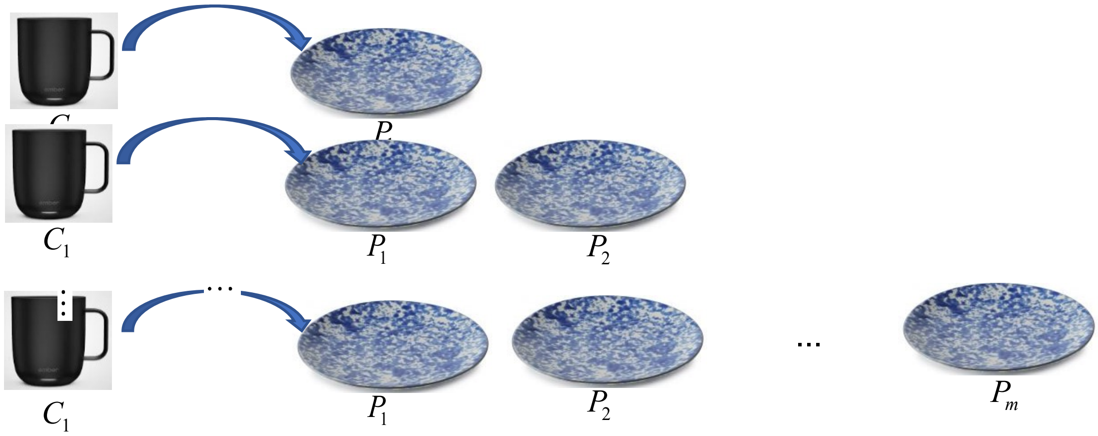
ກໍລະນີ ແລະ ພິສູດແບບຕັ້ງທົ່ວໄປ ທີ່ດ້ວຍການພິສູດແບບຂັ້ນຂັ້ນ ເພື່ອຢັ້ງຢືນຄວາມຖືກຕ້ອງຂອງແບບຕັ້ງທົ່ວໄປຂອງການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານແຕ່ລະກໍລະນີ.

3. ຜົນໄດ້ຮັບ

3.1 ຜົນການຄາດຄະເນແບບຕັ້ງຈຳນວນວິທີການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ຕາມແຕ່ລະກໍລະນີຍ່ອຍ

ໃນກໍລະນີຈານຫຼາຍກວ່າຈອກຕັ້ງແຕ່ 1 ຈອກ ແລະ 1 ຈານຂຶ້ນໄປ ຕາມແຕ່ລະກໍນີ ດັ່ງນີ້:

1. ສຶກສາກໍລະນີ ຍ້າຍ 1 ຈອກ ໃສ່ m ຈານ, $m \ge 1$



(1). ຍ້າຍ 1 ຈອກໃສ່ 1 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 1 ວິທີຄື:

$\{(C_1,P_1)\}$

(2). ຍ້າຍ 1 ຈອກໃສ່ 2 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 2 ວິທີຄື:

$\{(C_1,P_1);(C_1,P_2)\}$

(3). ຍ້າຍ 1 ຈອກໃສ່ 3 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 3 ວິທີຄື:

$\{(C_1,P_1);(C_1,P_2);(C_1,P_3)\}$

(4). ຍ້າຍ 1 ຈອກໃສ່ 4 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 4 ວິທີຄື:

$\{(C_1,P_1);(C_1,P_2);(C_1,P_3);(C_1,P_4)\}$

$\vdots$

(5). ຍ້າຍ 1 ຈອກໃສ່ m ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ m ວິທີຄື:

$\{(C_1,P_1);(C_1,P_2);...;(C_1,P_m)\}$

ຈາກ (1)-(5) ສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງທົ່ວໄປແມ່ນ: $a_m^1 = m$, ສຳລັບທຸກໆຈຳນວນຖ້ວນ $m \ge 1$

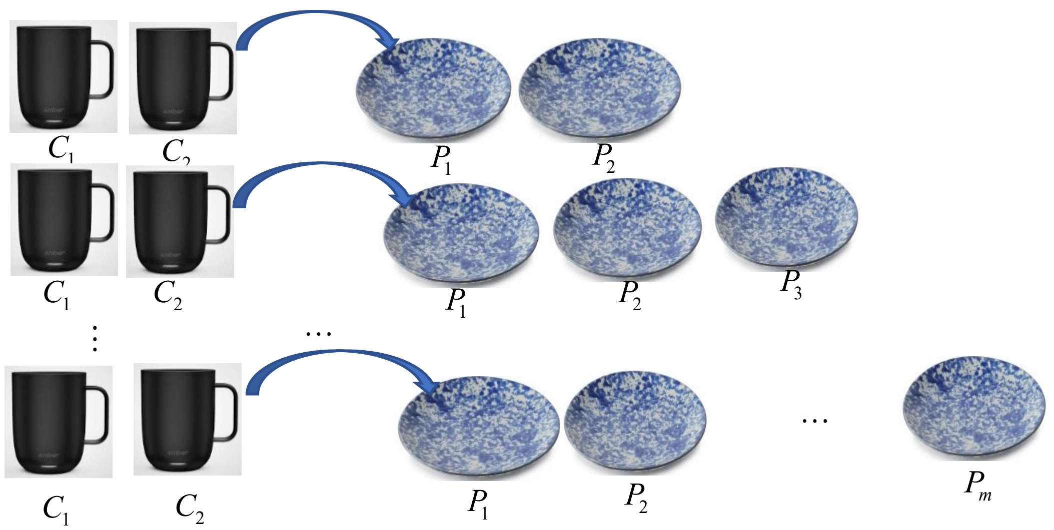
ຫຼື ຈາກ (1)-(5) ເຮົາໄດ້ອັນດັບ $1,2,3,...,m$, ສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງແບບວຽນເກີດດັ່ງນີ້:

$a_1^1 = 1$ ເປັນເງື່ອນໄຂເລີ່ມຕົ້ນ ແລະ ເຮົາມີ:

$$a_2^1 = 2 = a_1 + 1$$
$$a_3^1 = 3 = a_2 + 1$$
$$a_4^1 = 4 = a_3 + 1$$
$$\vdots \qquad \vdots$$

$a_m^1 = a_{m-1} + 1$, ສຳລັບທຸກໆຈຳນວນຖ້ວນ $m \ge 2$

2. ສຶກສາກໍລະນີ: ຍ້າຍ 2 ຈອກ ໃສ່ m ຈານ, $m \ge 2$



(1). ຍ້າຍ 2 ຈອກໃສ່ 2 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 2 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື: $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2)\}$ ແລະ $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1)\}$

(2). ຍ້າຍ 2 ຈອກໃສ່ 3 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 6 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື: $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1)\}$;

$\{(C_1,P_1);(C_1,P_2)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1)\}$ ແລະ $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1)\}$

(3). ຍ້າຍ 2 ຈອກໃສ່ 4 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 12 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື: $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3)\}$;

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_4)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_3)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_4)\}$;

$\{(C_1,P_3);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_2)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_4)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_1)\}$;

$\{(C_1,P_4);(C_2,P_2)\}$ ແລະ $\{(C_1,P_4);(C_2,P_3)\}$,

ສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,3,4$ ແລ້ວ C_2 ສາມາດຍ້າຍໃສ່ 3 ຈານທີ່ເຫຼືອ ໄດ້ 3 ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $=4\times 3=12$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

(4). ຍ້າຍ 2 ຈອກໃສ່ 5 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 20 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື: $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3)\}$;

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_5)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_3)\}$;

$\{(C_1,P_2);(C_2,P_4)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_5)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_2)\}$;

$\{(C_1,P_3);(C_2,P_4)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_5)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_2)\}$;

$\{(C_1,P_4);(C_2,P_3)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_5)\}$; $\{(C_1,P_5);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_5);(C_2,P_2)\}$;

$\{(C_1,P_5);(C_2,P_3)\}$ ແລະ $\{(C_1,P_5);(C_2,P_4)\}$,

ສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,5$ ແລ້ວ C_2 ສາມາດຍ້າຍໃສ່ 4 ຈານທີ່ເຫຼືອ ໄດ້ 4 ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $=5\times 4=20$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

(5). ຍ້າຍ 2 ຈອກໃສ່ 6 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 30 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື: $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3)\}$;

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_5)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_6)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1)\}$;

$\{(C_1,P_2);(C_2,P_3)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_4)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_5)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_6)\}$;

$\{(C_1,P_3);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_2)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_4)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_5)\}$;

$\{(C_1,P_3);(C_2,P_6)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_2)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_3)\}$;

$\{(C_1,P_4);(C_2,P_5)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_6)\}$; $\{(C_1,P_5);(C_2,P_1)\}$; $\{(C_1,P_5);(C_2,P_2)\}$;

$\{(C_1,P_5);(C_2,P_3)\}$; $\{(C_1,P_5);(C_2,P_4)\}$; $\{(C_1,P_5);(C_2,P_6)\}$; $\{(C_1,P_6);(C_2,P_1)\}$;

$\{(C_1,P_6);(C_2,P_2)\}$; $\{(C_1,P_6);(C_2,P_3)\}$; $\{(C_1,P_6);(C_2,P_4)\}$ ແລະ $\{(C_1,P_6);(C_2,P_5)\}$

ສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,6$ ແລ້ວ C_2 ສາມາດຍ້າຍໃສ່ 5 ຈານທີ່ເຫຼືອ ໄດ້ 5 ວິທີ

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $=6\times 5=30$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

$\vdots$

ຈາກ (1)-(5) ສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,m$ ແລ້ວ C_2 ສາມາດຍ້າຍໃສ່ $m-1$ ຈານ ທີ່ເຫຼືອໄດ້ $m-1$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງທົ່ວໄປແມ່ນ: $a_m^2 = m(m-1)$, ສຳລັບທຸກໆຈຳນວນຖ້ວນ $m\ge 2$

ຫຼື ຈາກ (1)-(5) ເຮົາໄດ້ອັນດັບ $2,6,12,20,30,42$, ຊຶ່ງສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງການອຽນເກີດໄດ້ດັ່ງນີ້:

$a_2^2 = 2$ ເປັນເງື່ອນໄຂເລີ່ມຕົ້ນ ແລະ ເຮົາມີ:

$a_3^2 = 6 = a_2^2 + 2\times 3 - 2$

$a_4^2 = 12 = a_3^2 + 2\times 4 - 2$

$a_5^2 = 20 = a_4^2 + 2\times 5 - 2$

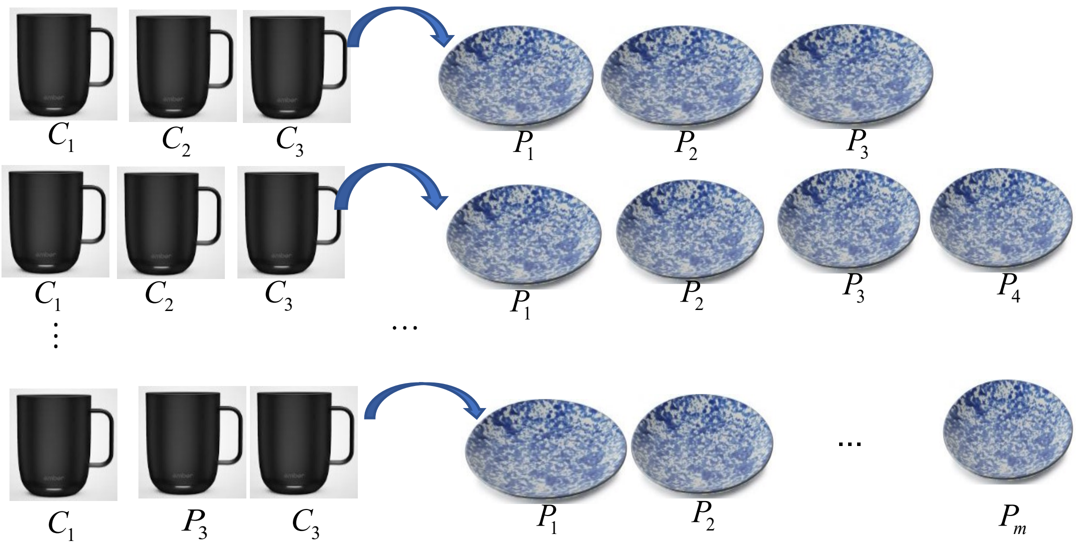
$a_6^2 = 30 = a_5^2 + 2\times 6 - 2$

$\vdots$

$a_m^2 = a_{m-1}^2 + 2m - 2$ ຫຼື

$a_m^2 = a_{m-1}^2 + 2(m-1)$, ສຳລັບທຸກໆຈຳນວນຖ້ວນ $m \geq 3$.

3. ສຶກສາກໍລະນີ: ຍ້າຍ 3 ຈອກ ໃສ່ m ຈານ, $m \geq 3$



(1). ຍ້າຍ 3 ຈອກໃສ່ 3 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 6 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື: $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_3)\}$;

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_3);(C_3,P_2)\}$;

$\{(C_1,P_3);(C_2,P_1);(C_3,P_2)\}$ ແລະ $\{(C_1,P_3);(C_2,P_3);(C_3,P_1)\}$.

(2). ຍ້າຍ 3 ຈອກໃສ່ 4 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 24 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື:

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_2)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_4);(C_3,P_3)\}$

$\{(C_1,P_2);(C_2,P_1);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_1);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_3);(C_3,P_1)\}$

$\{(C_1,P_2);(C_2,P_3);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_4);(C_3,P_1)\}$; $\{(C_1,P_2);(C_2,P_4);(C_3,P_3)\}$

$\{(C_1,P_3);(C_2,P_2);(C_3,P_1)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_2);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_1);(C_3,P_2)\}$

$\{(C_1,P_3);(C_2,P_1);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_4);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_3);(C_2,P_4);(C_3,P_1)\}$

$\{(C_1,P_4);(C_2,P_2);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_2);(C_3,P_1)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_3);(C_3,P_2)\}$

$\{(C_1,P_4);(C_2,P_3);(C_3,P_1)\}$; $\{(C_1,P_4);(C_2,P_1);(C_3,P_2)\}$ ແລະ $\{(C_1,P_4);(C_2,P_1);(C_3,P_3)\}$

ສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i = 1,2,3,4$ ແລ້ວ C_2, C_3 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ 3 ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ 6 ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $= 4\times 6 = 4\times 3\times 2 = 24$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

(3). ຍ້າຍ 3 ຈອກໃສ່ 5 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 60 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື:

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_5)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_5)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_5)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_5);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_5);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_5);(C_2,P_4);(C_3,P_4)\}$

$\vdots$

ໃນທຳນອງດຽວກັນສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,5$ ແລ້ວ C_2, C_3 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ 4 ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $P_4^2=12$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $=5\times12=5\times4\times3=60$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

(4). ຍ້າຍ 3 ຈອກໃສ່ 6 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 120 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື:

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_5)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_6)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_4)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_5)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_6)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_2)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_5)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_6)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_5);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_5);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_5);(C_2,P_5);(C_3,P_4)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_5);(C_3,P_6)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_6);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_6);(C_3,P_3)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_6);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_6);(C_3,P_5)\}$.

$\vdots$

ໃນທຳນອງດຽວກັນສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,6$ ແລ້ວ C_2, C_3 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ 5 ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $P_5^2=20$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $=6\times20=6\times5\times4=120$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

(5). ຍ້າຍ 3 ຈອກໃສ່ 7 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 210 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື:

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_5)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_6)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_7)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_2)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_5)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_6)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_7)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_3)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_5)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_6)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_7)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_5);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_5);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_5);(C_2,P_5);(C_3,P_4)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_5);(C_3,P_6)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_5);(C_3,P_7)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_6);(C_3,P_2)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_6);(C_3,P_3)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_6);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_6);(C_3,P_5)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_6);(C_3,P_7)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_7);(C_3,P_2)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_7);(C_3,P_3)\}$

$\{(C_1,P_1);(C_2,P_7);(C_3,P_4)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_7);(C_3,P_5)\}$; $\{(C_1,P_1);(C_2,P_7);(C_3,P_6)\}$

$\vdots$

ໃນທຳນອງດຽວກັນສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,7$ ແລ້ວ C_2, C_3 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ 6 ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $p_6^2 = 30$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $= 7\times 30 = 7\times 6\times 5 = 210$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

ຈາກ (1)-(5) ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,m$ ແລ້ວ C_2, C_3 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ $m-1$ ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $(m-1)(m-2)$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຄາດຄະເນແບບຕັ້ງທົ່ວໄປແມ່ນ: $a_m^3 = m(m-1)(m-2)$ ສຳລັບທຸກໆຈຳນວນຖ້ວນ $m \geq 3$

ຈາກ (1)-(5) ເຮົາໄດ້ອັນດັບ $6, 24, 60, 120, 210$ ແລະ ສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງຂອງການວຽນເກີດດັ່ງນີ້:

$a_3^3 = 6$ ເປັນເງື່ອນໄຂເລີ່ມຕົ້ນ ແລະ ເຮົາມີ:

$$a_4^3 = 24 = a_3^3 + 3(2)(3)$$
$$a_5^3 = 60 = a_4^3 + 3(3)(4)$$
$$a_6^3 = 120 = a_5^3 + 3(4)(5)$$
$$\vdots$$
$$a_m^3 = a_{m-1}^3 + 3(m-1)(m-2),$$ ສຳລັບທຸກໆຈຳນວນຖ້ວນ $m \geq 4$.

4. ສຶກສາກໍລະນີ: ຍ້າຍ 4 ຈອກ ໃສ່ m ຈານ, $m \geq 4$

(1). ຍ້າຍ 4 ຈອກໃສ່ 4 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 24 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື:

$$\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_3);(C_4,P_4)\};\ \{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_4);(C_4,P_3)\}$$
$$\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_2);(C_4,P_4)\};\ \{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_4);(C_4,P_2)\}$$
$$\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_3);(C_4,P_2)\};\ \{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_2);(C_4,P_3)\}$$
$$\vdots$$

ໃນທຳນອງດຽວກັນສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,4$ ແລ້ວສາມາດຍ້າຍ C_2, C_3, C_4 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ 3 ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $P_3^3 = 6$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $= 4\times 6 = 24$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

(2). ຍ້າຍ 4 ຈອກໃສ່ 5 ຈານ ໄດ້ທັງໝົດ 24 ວິທີທີ່ຕ່າງກັນຄື:

$$\{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_3);(C_4,P_4)\};\ \{(C_1,P_1);(C_2,P_2);(C_3,P_4);(C_4,P_3)\}$$
$$\{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_2);(C_4,P_4)\};\ \{(C_1,P_1);(C_2,P_3);(C_3,P_4);(C_4,P_2)\}$$
$$\{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_3);(C_4,P_2)\};\ \{(C_1,P_1);(C_2,P_4);(C_3,P_2);(C_4,P_3)\}$$
$$\vdots$$

ໃນທຳນອງດຽວກັນສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,5$ ແລ້ວສາມາດຍ້າຍ C_2, C_3, C_4 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ 4 ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $P_4^3 = 24$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $= 5\times 24 = 120$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

(3). ຍ້າຍ 4 ຈອກໃສ່ 6 ຈານ: ໃນທຳນອງດຽວກັນສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,6$ ແລ້ວສາມາດຍ້າຍ C_2, C_3, C_4 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ 5 ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $p_5^3 = 60$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $= 6\times 60 = 360$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

(4). ຍ້າຍ 4 ຈອກໃສ່ 7 ຈານ : ໃນທຳນອງດຽວກັນສັງເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,7$ ແລ້ວສາມາດຍ້າຍ C_2, C_3, C_4 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ 6 ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $P_6^3 = 120$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $= 7\times 120 = 840$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

(5). ຍ້າຍ 4 ຈອກໃສ່ 8 ຈານ: ໃນທຳນອງດຽວກັນສັງ

ເກດເຫັນວ່າ: ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,8$ ແລ້ວ

ສາມາດຍ້າຍ C_2, C_3, C_4 ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນ

ໃສ່ 7 ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $p_7^3 = 210$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຈະໄດ້ທັງໝົດ $= 8\times 210 = 1{,}680$ ວິທີທີ່ຕ່າງກັນ.

ຈາກ (1)-(5) ເມື່ອຍ້າຍ C_1 ໃສ່ $P_i, i=1,2,...,m$ ແລ້ວ $C_2, C_3, ..., C_m$ ສາມາດຍ້າຍສະຫຼັບກັນໃສ່ $m-1$ ຈານທີ່ເຫຼືອໄດ້ $(m-1)(m-2)(m-3)$ ວິທີ.

ດັ່ງນັ້ນ, ຄາດຄະເນແບບຕັ້ງທົ່ວໄປແມ່ນ: $a_m^4 = m(m-1)(m-2)(m-3)$ ສໍາລັບທຸກໆຈໍານວນຖ້ອນ $m\ge 4$

ຫຼື ຈາກ (1)-(5) ເຮົາໄດ້ອັນດັບ 24; 120; 360; 840; 1,680 ແລະ ສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງການອຽນເກີດດັ່ງນີ້:

$a_4^4 = 24$ ເປັນເງື່ອນໄຂເລີ່ມຕົ້ນ ແລະ ເຮົາມີ:

$$a_5^4 = 120 = a_4^4 + 4(4)(3)(2)$$
$$a_6^4 = 360 = a_5^4 + 4(5)(4)(3)$$
$$a_7^4 = 840 = a_6^4 + 4(6)(5)(4)$$
$$a_8^4 = 1680 = a_7^4 + 4(7)(6)(5)$$
$$\vdots$$

$a_m^4 = a_{m-1}^4 + 4(m-1)(m-2)(m-3)$, ສໍາລັບທຸກໆຈໍານວນຖ້ອນ $m\ge 5$.

3.2 ຜົນການຄາດຄະເນ ແລະ ພິສູດແບບຕັ້ງຈໍານວນວິທີການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ຕາມກໍລະນີລວມ

ໂດຍອີງໃສ່ ກໍລະນີທີ 1 ຫາ ກໍລະນີທີ 5 ໃນ ແລະ ຈະນໍາໃຊ້ຫຼັກການອຽນເກີດ ສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງຂອງ ຈໍານວນຄັ້ງທີ່ເປັນໄປໄດ້ໃນການຍ້າຍຈອກ n ຈອກໃສ່ຈານ m ຈານ $m\ge n$ ໄດ້ດັ່ງນີ້:

1. ແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບການອຽນເກີດ

ຈາກແບບຕັ້ງແບບອຽນເກີດໃນກໍລະນີທີ 1- 5 ສາມາດຂຽນເປັນອັນດັບ $a_m^1; a_m^2; a_m^3; a_m^4$, ຊຶ່ງເຮົາມີ:

$$a_m^1 = a_{m-1}^1 + 1$$
$$a_m^2 = a_{m-1}^2 + 2(m-1)$$
$$a_m^3 = a_{m-1}^3 + 3(m-1)(m-2)$$
$$a_m^4 = a_{m-1}^4 + 4(m-1)(m-2)(m-3)$$
$$\vdots$$
$$a_m^n = a_{m-1}^n + n(m-1)(m-2)(m-3)...(m-(n-1)).$$

ດັ່ງນັ້ນ, ສໍາລັບທຸກໆຈໍານວນຖ້ອນບວກ m, n ແລະ $m>n$ ຈະໄດ້ແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບການອຽນເກີດຂອງການຍ້າຍຈອກ n ຈອກໃສ່ຈານ m ຈານແມ່ນ:

$$a_m^n = a_{m-1}^n + n(m-1)(m-2)(m-3)...(m-(n-1));$$

$m, n\in \mathbb{Z}$ ແລະ $m>n$.

2. ແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບທົ່ວໄປ

ຈາກແບບຕັ້ງແບບທົ່ວໄປໃນກໍລະນີທີ 1- 5 ສາມາດຂຽນເປັນອັນດັບ $a_m^1; a_m^2; a_m^3; a_m^4$, ຊຶ່ງເຮົາມີ:

$$a_m^1 = m$$
$$a_m^2 = m(m-1)$$
$$a_m^3 = m(m-1)(m-2)$$
$$a_m^4 = m(m-1)(m-2)(m-3)$$
$$a_m^5 = m(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)$$
$$\vdots$$
$$a_m^n = m(m-1)(m-2)(m-3)...(m-(n-1)).$$

ດັ່ງນັ້ນ, ສໍາລັບທຸກໆຈໍານວນຖ້ອນບວກ m, n ແລະ $m\ge n$ ຈະໄດ້ແບບຕັ້ງລວມແບບທົ່ວໄປຂອງການຍ້າຍຈອກ n ຈອກ ໃສ່ຈານ m ຈານ ແມ່ນ:

$$a_m^n = m(m-1)(m-2)(m-3)...(m-(n-1));$$

$m, n\in \mathbb{Z}$ ແລະ $m\ge n$.

3.2 ຜົນການພິສູດແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບທົ່ວໄປຂອງຈໍານວນວິທີໃນການຍ້າຍ n ຈອກໃສ່ m ຈານ

ໄດ້ພິສູດແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບທົ່ວໄປ

$$a_m^n = m(m-1)(m-2)(m-3)...(m-(n-1));$$

$m, n\in \mathbb{Z}$ ແລະ $m\ge n$ ທີ່ໄດ້ຈາກການຄາດຄະເນ ດ້ວຍການພິສູດແບບຂຶ້ນຂັ້ນ ດັ່ງນີ້:

ພິສູດ: ໃຫ້ $m, n\in\mathbb{Z}$ ແລະ $m\ge n$ ຈາກ

$$a_m^n = m(m-1)(m-2)(m-3)...(m-(n-1))$$

(1). ເມື່ອ $m=n=1$, $a_1^1=1$ ຖືກຕ້ອງ

(2). ສົມມຸດເມື່ອ $m=n=k$,

$$a_k^k=k\left(k-1\right)\left(k-2\right)\left(k-3\right)...\left(k-\left(k-1\right)\right)$$

ຫຼື $a_k^k=k\left(k-1\right)\left(k-2\right)\left(k-3\right)...\left(2\right)\left(1\right)$ ຖືກຕ້ອງ

(3). ຕ້ອງການພິສູດວ່າ, ສຳລັບ $m=k+1, n=k$ ຈະເຮັດໃຫ້

$$a_{k+1}^k=a_k^k+k(k)(k-1)(k-2)(k-3)....(k+1-(k-1))$$

ຫຼື $a_{k+1}^k=a_k^k+k(k)(k-1)(k-2)(k-3)....(2)(1)$ ຖືກຕ້ອງ.

ຈາກແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບວຽນເກີດ $a_m^n=a_{m-1}^n+n\left(m-1\right)\left(m-2\right)\left(m-3\right)...\left(m-\left(n-1\right)\right)$

ເມື່ອ $m=k+1, n=k$ ເຮົາໄດ້:

$$\begin{aligned}a_{k+1}^k&=a_k^k+k(k)(k-1)(k-2)(k-3)....(k+1-(k-1))\\&=k(k-1)(k-2)(k-3)...(2)(1)+k^2(k-1)(k-2)(k-3)...(2)(1)\\&=k(k-1)(k-2)(k-3)...(2)(1)(1+k)\\&=(k+1)k(k-1)(k-2)(k-3)...(2)(1)\end{aligned}$$

ຫຼື $a_{k+1}^k=(k+1)k(k-1)(k-2)(k-3)...(k-(k-1))$

ເຫັນວ່າ: $a_{k+1}^k=(k+1)k(k-1)(k-2)(k-3)...(k-(k-1))$ ຖືກຕ້ອງສຳລັບ $m=k+1$.

ດັ່ງນັ້ນ, $a_m^n=m(m-1)(m-2)(m-3)...(m-(n-1)), \forall m,n\in\mathbb{Z}$ ແລະ $m\ge n$.

4. ວິພາກຜົນ

ຈາກຈຸດປະສົງຂອງການຄົ້ນຄວ້າໃນຄັ້ງນີ້ ແມ່ນເພື່ອຄາດຄະເນແບບຕັ້ງ ຈຳນວນວິທີການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ (ກໍລະນີຈານຫຼາຍກວ່າຈອກ) ໂດຍນຳໃຊ້ຫຼັກການວຽນເກີດ ແລະ ການພິສູດແບບຂັ້ນຂັ້ນ ພົບວ່າ ການທົດລອງຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ເປັນກິດຈະກຳໜຶ່ງທີ່ພົວພັນເຖິງບັນຫາທາງຄະນິດສາດຢ່າງເລິກເຊິ່ງ ໂດຍສະເພາະແມ່ນອັນດັບຈຳນວນ ແລະ ການວຽນເກີດ. ການຄາດຄະເນແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບວຽນເກີດ ແລະ ຮູບແບບທົ່ວໄປ ໃນກໍລະນີ n ຈອກ m ແມ່ນໄດ້ອີງໃສ່ ຜົນການຄາດຄະເນແບບຕັ້ງແຕ່ລະກໍລະນີຍ່ອຍຄື: 1 ຈອກ m ຈານ; 2 ຈອກ m ຈານ; 3 ຈອກ m ຈານ; 4 ຈອກ m ຈານ; 5 ຈອກໃສ່ m ຈານ ແລະ ຕໍ່ໄປເລື້ອຍໆ ຈົນສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງໃນກໍລະນີ n ຈອກ m ຈານ ໄດ້. ສາມາດນຳໃຊ້ຫຼັກການພິສູດແບບຂັ້ນຂັ້ນ, ພິສູດແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບທົ່ວໄປຂອງຈຳນວນວິທີທີ່ຕ່າງກັນໃນການຍ້າຍຈອກ ໃສ່ຈານຕາມແຕ່ລະກໍລະນີຍ່ອຍ ແລະ ກໍລະນີລວມໄດ້ ໂດຍອີງໃສ່ການພົວພັນສູດ/ແບບຕັ້ງລວມຮູບແບບວຽນເກີດ ໃນແຕ່ລະກໍລະນີຍ່ອຍ ແລະ ກໍລະນີລວມ ຕາມລຳດັບ. ແບບຕັ້ງຈຳນວນວິທີທີ່ຕ່າງກັນໃນການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານຕາມແຕ່ລະກໍລະນີຍ່ອຍ ແລະ ກໍລະນີທົ່ວໄປ ສາມາດເປັນຂໍ້ມູນໃຫ້ແກ່ຜູ້ທີ່ສົນໃຈຫຼິ້ນກິດຈະກຳການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ຫຼື ນຳໄປປະກອບໃຊ້ໃນຮູບແບບອື່ນທີ່ກ່ຽວຂ້ອງໄດ້, ເຊິ່ງການຄົ້ນຄວ້າຄັ້ງນີ້ ແມ່ນສອດຄ່ອງກັບການຄົ້ນຄວ້າຂອງ ບັນ ຈັນທະລາດ (2018) ທີ່ໄດ້ສຶກສາກ່ຽວກັບ ຄ່າທີ່ເໝາະສົມຂອງເສັ້ນສອງໃນສາມມິຕິຈາກກິດຈະກຳຕົວຈິງຄື ໄດ້ສ້າງກິດຈະກຳທີ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບບັນຫາຄະນິດສາດ ແລະ ມີການທົດລອງກັບຕົວຈິງ; ສອດຄ່ອງກັບການຄົ້ນຄວ້າຂອງ ເຢີທ່າວ ຈືຊໍ ແລະ ປໍຢ່າ (2020) ທີ່ໄດ້ສຶກສາກ່ຽວກັບ ອັນດັບທົ່ວໄປ, ອັນດັບທະວິບວກ ແລະ ອັນດັບທະວີຄູນ; ສອດຄ່ອງກັບການຄົ້ນຄວ້າຂອງ ທິຣະໄຊ ປູຣໂຊກ (2531). ທີ່ໄດ້ສຶກສາກ່ຽວກັບການສອນກິດຈະກຳໂຄງການວິທະຍາສາດ ຢູ່ຄະນະສຶກສາສາດ, ຈຸລາລົງກອນມະຫາວິທະຍາໄລ, ປະເທດໄທຄື: ໄດ້ສ້າງກິດຈະກຳທາງຄະນິດສາດ; ສອດຄ່ອງກັບການຄົ້ນຄວ້າຂອງ ໄຊສັກດ໌ ລີລາຈຣັສກຸລ (2542).ໂຄງການຄະນິດສາດ , ຊຶ່ງເປັນຊຸດກິດຈະກຳຄ່າຍຄະນິດສາດ ເພື່ອພັດທະນາການຈັດຄ່າຍຄະນິດສາດ, ສະຖາບັນການພັດທະນາຄຸນນະພາບວິຊາການ, ປະເທດໄທ ຄື: ໄດ້ສ້າງກິດຈະກຳທາງຄະນິດສາດ; ສອດຄ່ອງກັບການຄົ້ນຄວ້າຂອງ ນິຣມົລ ແຈ່ມຈຳຣັສ . (2526). ກິດຈະກຳທາງຄະນິດສາດ, ຊຶ່ງເປັນເອກະສານ

ການສອນຊຸດວິຊາການສອນຄະນິດສາດສາຂາສຶກສາສາດ, ຈຸລາລົງກອນມະຫາວິທະຍາໄລ, ປະເທດໄທ ຄື: ໄດ້ສ້າງກິດຈະກໍາທາງຄະນິດສາດ; ສອດຄ່ອງກັບການຄົ້ນຄວ້າຂອງ ຣັຈນີ ບຸນເຫຼືອ. (2550). ໄດ້ສຶກສາກ່ຽວກັບ ຜົນຂອງການຈັດກິດຈະກໍາຄະນິດສາດໃນຊີວິດປະຈໍາວັນທີ່ມີຕໍ່ຄວາມຄິດສ້າງສັນທາງຄະນິດ ສາດຂອງນັກຮຽນມັດ ທະຍົມສຶກສາປີທີ 3, ມະຫາວິທະຍາໄລສີນະຄຣິນທະວິໂຣນ, ປະເທດໄທ ຄື: ໄດ້ສ້າງກິດຈະກໍາທາງຄະນິດສາດ ແລະ ສອດຄ່ອງກັບການຄົ້ນຄວ້າຂອງ ສົມວົງສ໌ ແປລງປຣະສົພໂຊຄ ແລະ ຄະນະ. (2550). ໄດ້ສຶກສາກ່ຽວກັບ ໂຄງການຄະນິດສາດ, ຊຶ່ງເປັນເອກະສານວາລະສານການວິໄຈຣາຊພັດພຣະນະຄອນ, ປະເທດໄທ ຄື: ໄດ້ສ້າງກິດຈະກໍາທາງຄະນິດສາດ ແຕ່ຈຸດແຕກຕ່າງຂອງການຄົ້ນຄວ້າຄັ້ງນີ້ ແມ່ນມີການທົດລອງຕົວຈິງ ເຮັດໃຫ້ມີຈຸດເດັ່ນຄື ນໍາໃຊ້ຫຼັກການການອຽນເກີດ ເຂົ້າໃນການຄາດຄະເນແບບຕັ້ງ ແລະ ພິສູດແບບຂຶ້ນຂັ້ນ.

5. ສະຫຼຸບ

ຜ່ານການສຶກສາຕົວຈິງສາມາດສະຫຼຸບໄດ້ວ່າ:

1) ການທົດລອງຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ເປັນກິດຈະກໍາໜຶ່ງທີ່ພົວພັນເຖິງບັນຫາທາງຄະນິດສາດຢ່າງເລິກເຊິ່ງ ໂດຍສະເພາະແມ່ນອັນດັບຈໍານວນ ແລະ ການອຽນເກີດ.

2) ການຄາດຄະເນແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບອຽນເກີດ ແລະ ຮູບແບບທົ່ວໄປ ໃນກໍລະນີ n ຈອກ m ແມ່ນໄດ້ອີງໃສ່ ຜົນການຄາດຄະເນແບບຕັ້ງແຕ່ລະກໍລະນີຍ່ອຍຄື: 1 ຈອກ m ຈານ; 2 ຈອກ m ຈານ; 3 ຈອກ m ຈານ; 4 ຈອກ m ຈານ; 5 ຈອກໃສ່ m ຈານ ແລະ ຕໍ່ໄປເລື້ອຍໆ ຈົນສາມາດຄາດຄະເນແບບຕັ້ງໃນກໍລະນີ n ຈອກ m ຈານໄດ້.

3) ສາມາດນໍາໃຊ້ຫຼັກການພິສູດແບບຂຶ້ນຂັ້ນ, ພິສູດແບບຕັ້ງໃນຮູບແບບທົ່ວໄປຂອງຈໍານວນວິທີທີ່ຕ່າງກັນໃນການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານຕາມແຕ່ລະກໍລະນີຍ່ອຍ ແລະ ກໍລະນີລວມໄດ້ ໂດຍອີງໃສ່ການພົວພັນສູດ/ແບບຕັ້ງລວມຮູບແບບອຽນເກີດ ໃນແຕ່ລະກໍລະນີຍ່ອຍ ແລະ ກໍລະນີລວມ ຕາມລໍາດັບ.

4) ແບບຕັ້ງຈໍານວນວິທີທີ່ຕ່າງກັນໃນການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານຕາມແຕ່ລະກໍລະນີຍ່ອຍ ແລະ ກໍລະນີທົ່ວໄປສາມາດເປັນຂໍ້ມູນໃຫ້ແກ່ຜູ້ທີ່ສົນໃຈຫຼິ້ນກິດຈະກໍາການຍ້າຍຈອກໃສ່ຈານ ຫຼື ນໍາໄປປະກອບໃຊ້ໃນຮູບແບບອື່ນທີ່ກ່ຽວຂ້ອງໄດ້.

6. ຂໍ້ຂັດແຍ່ງ

ພວກຂ້າພະເຈົ້າ ທີມງານນັກຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດ ຂໍປະຕິຍານຕົນວ່າ ຂໍ້ມູນທັງໝົດທີ່ມີໃນບົດຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດດັ່ງກ່າວນີ້ ແມ່ນບໍ່ມີຂໍ້ຂັດແຍ່ງທາງຜົນປະໂຫຍດໃດໆທັງນັ້ນ, ກໍລະນີມີການລະເມີດໃນຮູບການໃດກໍ່ຕາມ ພວກເຮົາມີຄວາມຍິນດີຂໍຮັບຜິດຊອບແຕ່ພຽງຝ່າຍດຽວ.

7. ເອກະສານອ້າງອີງ

ບັນ ຈັນທະລາດ ແລະ ບຸນເກີດ ພັນທະວົງ .(2018), *ຄ່າທີ່ເໝາະສົມຂອງເສັ້ນຂັ້ນສອງໃນສາມມິຕິຈາກກົນຈະກໍາຈິງ*, ບົດໂຄງການຈົບຊັ້ນປະລິນຍາຕີວິທະຍາສາດ ສາຂາຄະນິດສາດ, ພາກວິຊາຄະນິດສາດ ແລະ ສະຖິຕິ, ຄະນະວິທະຍາສາດທໍາມະຊາດ, ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງຊາດ.

ເປີທ່າວ ຈືຊໍ ແລະ ປໍ່ຢ່າ .(2020) *ອັນດັບຈໍານວນ ແລະ ການນໍາໃຊ້ໃນການເງິນ*, ບົດໂຄງການຈົບຊັ້ນປະລິນຍາຕີວິທະຍາສາດ ສາຂາຄະນິດສາດ, ພາກວິຊາຄະນິດສາດ ແລະ ສະຖິຕິ, ຄະນະວິທະຍາສາດ ທໍາມະຊາດ, ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງຊາດ.

ທອງສຸກ ໄຊບຸນເຮືອງ, ສັກມອນ ສີຣິສັກ, ຄໍາຫວານ ກົນນາວົງ, ສອນໄຊ ຊີງວິໄລ ແລະ ວິໄລສັກ ສີໂຄດວົງສາ. (2011). *ຮົບໂຮມ ແລະ ສຶກສາບັນຫາຄະນິດສາດບູຮານລາວ.* ບົດໂຄງການຄົ້ນຄວ້າວິທະຍາສາດ, ພາກວິຊາຄະນິດສາດ ແລະ ສະຖິຕິ, ຄະນະວິທະຍາສາດທໍາມະຊາດ, ມະຫາວິທະຍາ ໄລແຫ່ງຊາດ.

ອຸດອນ ພະລະນະສີ, ທອງສຸກ ໄຊບຸນເຮືອງ, ປານທອງ ວົງບຸນສີ ແລະ ປິ່ນຄໍາ ທະນາວັນ. (2019). *ຄະນິດສາດເຕັມໜ່ວຍ 1*, ຫົວຂໍ້ວິທີການພິສູດ ແລະ ການອຽນເກີດ, ພາກວິຊາຄະນິດສາດ ແລະ ສະຖິຕິ,

ຄະນະວິທະຍາສາດທຳມະຊາດ, ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງຊາດ.

ທອງສຸກ ໄຊບຸນເຮືອງ, ວິໄລສັກ ສີໂຄດວົງສາ, ລັດສະໝີ ວົງແສງຈັນ, ຄຳສະຫຼຸຍ ໄຊຍາລາດ, ສົມມະໂນ ພົມມະຈັນ ແລະ ອຳພອນ ແສງສະຫວ່າງ. .(2019). *ຄະນິດສາດສຳລັບເສດຖະສາດ ແລະ ບໍລິຫານທຸລະກິດ 1*, ຫົວຂໍ້ ອັນດັບຈຳນວນ ແລະ ການນຳໃຊ້, ພາກວິຊາຄະນິດສາດ ແລະ ສະຖິຕິ, ຄະນະວິທະຍາສາດທຳມະຊາດ, ມະຫາວິທະຍາ ໄລແຫ່ງຊາດ.

ວິລະເລີດ ສະພັງທອງ, ດ. ບ. (2016). ຄະນິດສາດ ຊັ້ນມັດທະຍົມປີທີ 7. ກະຊວງສຶກສາທິການ ແລະ ກິລາ. ສະຖາບັນຄົ້ນຄ້ວາວິທະຍາສາດການສຶກສາ.

ທິຣະໄຊ ປູຣໂຊກ. (2531). *ການສອນກິດຈະກຳໂຄງການວິທະຍາສາດ*, ຄູ່ມືສຳລັບຄູ, ຄະນະສຶກສາສາດ, ຈຸລາລົງກອນມະຫາວິທະຍາໄລ, ປະເທດໄທ;

ໄຊສັກດ໌ ລີລາຈຣັສກຸລ. (2542). *ໂຄງການຄະນິດສາດ*, ຊຸດກິດຈະກຳຄ່າຍຄະນິດສາດ ເພື່ອພັດທະນາການຈັດຄ່າຍຄະນິດສາດ, ສະຖາບັນການພັດທະນາຄຸນນະພາບວິຊາການ, ປະເທດໄທ;

ນິຣມິລ ແຈ່ມຈຳຣັສ. (2526). *ກິດຈະກຳທາງຄະນິດສາດ*, ເອກະສານການສອນ ຊຸດວິຊາການສອນຄະນິດສາດສາຂາສຶກສາສາດ, ຈຸລາລົງກອນມະຫາວິທະຍາໄລ, ປະເທດໄທ;

ຣັຈນີ ບຸນເຫຼືອ. (2550). *ຜົນຂອງການຈັດກິດຈະກຳຄະນິດສາດໃນຊີວິດປະຈຳວັນທີ່ມີຕໍ່ຄວາມຄິດສ້າງສັນທາງຄະນິດສາດຂອງນັກຮຽນມັດທະຍົມສຶກສາປີທີ 3*, ມະຫາວິທະຍາໄລສີນະຄຣິນທະວິໂຣນ, ປະເທດໄທ;

ສົມວົງຊ໌ ແປລງປຣະສິພໂຊດ ແລະ ຄະນະ. (2550). *ໂຄງການຄະນິດສາດ*, ເອກະສານວາລະສານການວິໄຈຣາຊພັດພຣະນະຄອນ, ປະເທດໄທ;