

ການນຳໃຊ້ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນຂັ້ນໜຶ່ງເຂົ້າໃນການວິເຄາະ ການແຜ່ກະຈາຍຄວາມຮ້ອນ ໃນວັດຖຸແຂງ

ພູວັນ ສຸກສິມຫວັງ¹

ພາກວິຊາພິຊິກສາດ, ຄະນະວິທະຍາສາດທຳມະຊາດ, ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງຊາດ

¹ຜູ້ຕິດຕໍ່ຜົວພັນ:

ພູວັນ ສຸກສິມຫວັງ

ພາກວິຊາພິຊິກສາດ

ຄະນະວິທະຍາສາດທຳມະຊາດ

ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງຊາດ

ເບີໂທ: +856 20 5568 2978

ອີເມວ: phou1609@gmail.com

ຂໍ້ມູນບົດຄວາມ:

ການສົ່ງບົດຄວາມ: 17 ຕຸລາ 2021

ປັບປຸງສຳເລັດ: 14 ພະຈິກ 2021

ການຕອບຮັບ: 06 ທັນວາ 2021

ບົດຄັດຫຍໍ້

ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດ (ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນ ແລະ ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດພາກສ່ວນ) ເປັນເຄື່ອງມືພື້ນຖານໃຫ້ແກ່ຂະແໜງຄະນິດສາດສຳລັບວິຊາວະກຳສາດ ແລະ ພິຊິກສາດ ຍ້ອນວ່າກົດເກນຕ່າງໆຂອງພິຊິກສາດທີ່ພວກເຮົາປະກົດເຫັນແມ່ນມີການພົວພັນ ແລະ ກ່ຽວຂ້ອງກັບຄະນິດສາດ ຫຼື ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດໂດຍສະເພາະ ແມ່ນຮູບແບບຂອງສົມຜົນ. ໃນບົດຄັດຫຍໍ້ນີ້ຈະເວົ້າເຖິງການນຳໃຊ້ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນຂັ້ນໜຶ່ງເຂົ້າໃນການວິເຄາະ ການແຜ່ກະຈາ ຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງໂດຍເນັ້ນໃສ່ສົມຜົນເອກະພັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ, ສົມຜົນບໍ່ເອກະພັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງເຂົ້າໃນການວິເຄາະດັ່ງກ່າວໂດຍສະເພາະແມ່ນການວິເຄາະການຊັກນຳຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງ.

ຄຳສັບສຳຄັນ: ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນ, ການວິເຄາະການແຜ່ກະຈາຍຄວາມຮ້ອນ, ການຊັກນຳຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງ, ກຳນົດຕະພາບລັກສະນະຂອງຄວາມຮ້ອນໃນອາກາດ

Application of First Order Differential Equations to Heat Transfer Analysis in Solid

Phouvanh SOUKSOMVANG¹

Department of Physics, Faculty of Natural Sciences, National University of Lao, Lao PDR

¹Correspondence:

Phouvanh SOUKSOMVANG,
Department of Physics, Faculty
of Natural Sciences
, National University of Lao,
Tel: +856 20 5568 2978,
E-mail: phoul609@gmail.com

Article Info:

Submitted: Oct 17, 2021

Revised: Nov 14, 2021

Accepted: Dec 06, 2021

Abstract

Differential Equations (like Ordinary Differential Equations and Partial Differential Equations) are fundamental importance in engineering mathematics and physics because any physical laws and relations appear mathematically in the form of such equation. In this paper, first order linear homogeneous equations, first order linear non-homogeneous equations and application of the first order differential equations to the heat transfer analysis particularly in the heat conduction in solid.

Keywords: Ordinary Differential Equations, Heat Transfer Analysis, Heat Conduction in Solid, Radiation of Heat in Space.

1. ພາກສະເໜີ

ຄະນິດສາດເປັນສາຂາໜຶ່ງທີ່ມີຄວາມສຳຄັນໃນການດຳລົງຊີວິດຂອງມະນຸດເຮົາ, ເພາະມັນຖືກນຳໃຊ້ມາຢ່າງຍາວນານ ຕັ້ງແຕ່ອະດີດຈົນຮອດປັດຈຸບັນເຊັ່ນ: ນຳໃຊ້ຄະນິດສາດເຂົ້າໃນວິຊາວະກຳສາດ, ເຂົ້າໃນຟີຊິກສາດຊຶ່ງຫລາຍໆບັນຫາທາງຟີຊິກສາດສາມາດອະທິບາຍດ້ວຍແບບຈຳລອງທາງຄະນິດ ແລະ ການແກ້ບັນຫາທາງຟີຊິກສາດສ່ວນຫລາຍກໍຈະນຳໃຊ້ຄະນິດສາດເຂົ້າຊ່ວຍເພື່ອຊອກຫາໃຈຜົນຂອງບັນຫາເຊັ່ນຕົວຢ່າງ ການນຳໃຊ້ຜົນຕຳລາຂັ້ນໜຶ່ງຕົວຢ່າງ:

ຕຳລາ $\sigma(x)$ = ເປັນຕຳລາຄວາມເຄັ່ງໃນທ່ອນໂລຫະທີ່ຖ່ວງດຶງຕາມຫົວໜ່ວຍແກນນອນ

ຕຳລາ $v(x)$ = ເປັນຕຳລາຄວາມໄວຂອງທາດແຫລວທີ່ໄຫລຕາມຮ່ອງຊີ້ທີ່ມີສິ່ງກົດຂວາງຕ່າງກັນ

ໃນທິດສະດີ ແລະ ພາກປະຕິບັດຕົວຈິງຈະປະກອບມີວິທີການຊອກຫາໃຈຜົນຂອງສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ ທີ່ເປັນເອກະພັນ ພ້ອມດ້ວຍການຊອກຫາໃຈຜົນຂອງສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ ທີ່ບໍ່ເປັນເອກະພັນ

ຂຽນແທນຄວາມໄວຂອງການເຄື່ອນທີ່ຂອງວັດຖຸ; ການນຳໃຊ້ຜົນຕຳລາຂັ້ນສອງຂຽນແທນອັດຕາເລັ່ງຂອງການເຄື່ອນທີ່ຂອງເຄື່ອງຈັກໃດໜຶ່ງ ຫລື ການນຳໃຊ້ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນຂັ້ນໜຶ່ງອະທິບາຍການແຜ່ກະຈາຍຄວາມໃນທາດໃດໜຶ່ງ. ນອກຈາກນີ້ໃນໂລກແຫ່ງຄວາມເປັນຈິງໃນປັດຈຸບັນ ມີຫລາຍບັນຫາທີ່ກ່ຽວກັບປະລິມານທາງຟີຊິກໄດ້ຖືກນຳມາຂຽນແທນດ້ວຍຕຳລາ ທີ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບໜຶ່ງໃນສີ່ຕົວປ່ຽນ (x, y, z, t)

1.1 ການຊອກຫາໃຈຜົນຂອງສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ ທີ່ເປັນເອກະພັນ

ພວກເຮົາຈະພິຈາລະນາສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງທີ່ເປັນເອກະພັນໃນຮູບຮ່າງສະເພາະດັ່ງລຸ່ມນີ້ (Ahmad, Shair, Ambrosetti, 2014):

$$\frac{du(x)}{dx} + p(x)u(x) = 0 \quad (1)$$

ຊຶ່ງ $p(x)$ ເປັນຕຳລາທີ່ໃຫ້ມາ ອາດຈະເປັນຈຳນວນຄົງຄ່າກໍໄດ້ ແກ້ສົມຜົນ (1) ຈະໄດ້

$$\frac{du(x)}{dx} = -p(x)u(x)$$

ຫລື

$$\frac{du(x)}{u(x)} = -p(x)dx \quad (2)$$

ເອົາສັງຄະນິດເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຂອງສົມຜົນ (2), ຈະໄດ້

$$\int \frac{du(x)}{u(x)} dx = \int -p(x)dx$$

ແກ້ສັງຄະນິດເທິງນີ້ຈະໄດ້

$$\ln(u(x)) = -\int p(x)dx + C$$

ແລ້ວຈະໄດ້ໃຈຜົນ $u(x)$ ດັ່ງລຸ່ມນີ້

$$u(x) = e^{-\int p(x)dx + C}$$

ຫລື

$$u(x) = C_0 e^{-\int p(x)dx} \quad (3)$$

ຊຶ່ງ $C_0 = e^C$ ແລະ ສົມຜົນ (3) ແມ່ນໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ (1)

1.2 ການຊອກຫາໃຈຜົນຂອງສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ ທີ່ບໍ່ເປັນເອກະພັນ

ພວກເຮົາຈະພິຈາລະນາສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ ທີ່ບໍ່ເປັນເອກະພັນ ໃນຮູບຮ່າງສະເພາະດັ່ງລຸ່ມນີ້ (Victor Henner, Tatyana Belozeroва, 2013)

$$\frac{du(x)}{dx} + p(x)u(x) = g(x) \quad (4)$$

ຊຶ່ງ $p(x), g(x)$ ເປັນຕາລາທີ່ໃຫ້ມາໃນນັ້ນຕາລາ $p(x)$ ອາດຈະເປັນຈຳນວນຄົງຄ່າກໍໄດ້ ແຕ່ຕາລາ $g(x)$ ຕ້ອງຕ່າງສູນ ($g(x) \neq 0$) ເພາະຖ້າ $g(x) = 0$ ສົມຜົນ (4) ຈະກາຍເປັນສົມຜົນ (1)

ພວກເຮົາຈະຊອກຫາໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ (4), ໂດຍທົ່ວໄປແລ້ວມັນມີ 2 ວິທີໃນການຊອກຫາໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ (4) ຄື: ວິທີໃຊ້ຕົວຄູນສັງຄະນິດ (Integral Factor) ແລະ ວິທີການປ່ຽນແປງຕົວປ່ຽນທຽມ (Variation of Parameters).

1) ວິທີໃຊ້ຕົວຄູນສັງຄະນິດ (Integral Factor)

ຕົວຄູນສັງຄະນິດຂອງສົມຜົນ (4) ແມ່ນການິດດັ່ງນີ້

$$a(x) = e^{\int p(x)dx}$$

ຄູນຕົວຄູນສັງຄະນິດເທິງນີ້ເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຂອງສົມຜົນ (4) ຈະໄດ້

$$\frac{du(x)}{dx} e^{\int p(x)dx} + p(x)u(x)e^{\int p(x)dx} = g(x)e^{\int p(x)dx} \quad (5)$$

ຊຶ່ງເບື້ອງຊ້າຍມີຂອງສົມຜົນ (5) ແມ່ນຜົນຕໍາລາຂອງຜົນຄູນຂອງຕໍາລາ $u(x)a(x)$, ສະນັ້ນ, ສົມຜົນ (5) ສາມາດຂຽນໄດ້ດັ່ງລຸ່ມນີ້:

$$\frac{d}{dx}(u(x)a(x)) = e^{\int p(x)dx} g(x)$$

ຫລື

$$d(u(x)a(x)) = e^{\int p(x)dx} g(x)dx$$

ເອົາສັງຄະນິດເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຂອງສົມຜົນເທິງນີ້, ຈະໄດ້

$$u(x)a(x) = \int e^{\int p(x)dx} g(x)dx + C$$

ແລ້ວຈະໄດ້ໃຈຜົນແມ່ນ

$$u(x) = \frac{\int e^{\int p(x)dx} g(x)dx + C}{a(x)} \quad (6)$$

ສົມຜົນ (6) ແມ່ນໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ (4) ຕາມວິທີຂອງການໃຊ້ຕົວຄຸນສັງຄະນິດ

2) ວິທີການປ່ຽນແປງຕົວປ່ຽນທຽມ (Variation of Parameters)

ພວກເຮົາຈະແກ້ສົມຜົນ (4) ດ້ວຍວິທີ ວິທີການປ່ຽນແປງຕົວປ່ຽນທຽມ (Variation of Parameters), ວາງ

$$u(x) = c(x)y(x) \quad (7)$$

ຊຶ່ງ $y(x)$ ແມ່ນໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ

$$\frac{du(x)}{dx} + p(x)u(x) = 0$$

ຕໍ່ໄປນີ້ພວກເຮົາຈະສະເໜີວິທີຊອກຫາຄ່າຂອງ $c(x)$ ເຮົາມີ

$$u(x) = c(x)y(x)$$

ເອົາຜົນຕໍາລາເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຈະໄດ້

$$\frac{d(u(x))}{dx} = c(x)y'(x) + c'(x)y(x) \quad (8)$$

ເອົາສົມຜົນ (8) ແທນໃສ່ສົມຜົນ (4) ຈະໄດ້

$$c(x)y'(x) + c'(x)y(x) + p(x)c(x)y(x) = g(x)$$

ຫ້ອນໂຮມຈະໄດ້

$$c(x)(y'(x) + p(x)y(x)) + c'(x)y(x) = g(x) \quad (9)$$

ນຳໃຊ້ເງື່ອນໄຂທີ່ວ່າ

$$y'(x) + p(x)y(x) = 0$$

ສົມຜົນ (9) ຈະກາຍເປັນ

$$c'(x)y(x) = g(x)$$

ຈະໄດ້

$$c'(x) = \frac{g(x)}{y(x)}$$

ແລ້ວຈະໄດ້

$$c(x) = \int \frac{g(x)}{y(x)} dx \quad (10)$$

ເອົາສົມຜົນ (10) ແທນໃສ່

$$u(x) = c(x)y(x)$$

ຈະໄດ້ໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ (4) ຕາມວິທີການປ່ຽນແປງຕົວປ່ຽນທຽມ (Variation of Parameters) ດັ່ງລຸ່ມນີ້

$$u(x) = \int \frac{g(x)}{y(x)} dx y(x) + C \quad (11)$$

ສົມຜົນ (11) ແມ່ນໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ (4) ໃນຮູບແບບຂອງການໃຊ້ວິທີການປ່ຽນແປງຕົວປ່ຽນທຽມ

ຕົວຢ່າງ 1:

ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດ

$$\frac{du(x)}{dx} - \sin(x)u(x) = 0; \quad u(0) = 2$$

ບົດແກ້:

ຖ້າພວກເຮົາສົມທຽບສົມຜົນທີ່ໃຫ້ມາກັບສົມຜົນ (1), ຈະໄດ້ $p(x) = -\sin(x)$ ແລະ ຈະເຫັນວ່າເບື້ອງຂວາມີເທົ່າສູນຄືກັນ. ສະນັ້ນ, ສົມຜົນທີ່ໃຫ້ມາເປັນສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ ທີ່ເອກະພັນ. ນຳໃຊ້ສົມຜົນ (3), ຈະໄດ້

$$u(x) = C_0 e^{-\int (-\sin(x)) dx}$$

ຫລື

$$u(x) = C_0 e^{-\cos(x)} \quad (12)$$

ຊອກຫາຄ່າຂອງ C_0 ໂດຍນຳໃຊ້ເງື່ອນໄຂເລີ່ມຕົ້ນທີ່ໃຫ້ມາ $u(0) = 2$, ຈະໄດ້

$$\begin{aligned} u(0) &= 2 \\ &= C_0 e^{-\cos(0)} \\ \Rightarrow C_0 &= \frac{2}{e^{-1}} \\ &= 2e \\ &= 2(2.7183) \\ &= 5.4366 \\ &= C_0 \end{aligned}$$

ແທນຄ່າຂອງ $C_0 = 5.4366$ ໃສ່ສົມຜົນ (12), ຈະໄດ້ໃຈຜົນຂອງສົມຜົນທີ່ຕ້ອງການຊອກແມ່ນ

$$u(x) = 5.4366 e^{-\cos(x)}$$

ຕົວຢ່າງ 2:

ຈົ່ງແກ້ສົມຜົນລຸ່ມນີ້:

$$xu'(x) = u(x) + 2x^3$$

ບົດແກ້:

ພວກເຮົາຈະນຳໃຊ້ວິທີການປ່ຽນແປງຕົວປ່ຽນທຽມເຂົ້າໃນການແກ້ຕົວຢ່າງເທິງນີ້. ທຳອິດ, ພວກເຮົາຈະຂຽນໃຈຜົນ ທົ່ວໄປຂອງສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ ທີ່ເປັນເອກະພັນ.

$$xu'(x) = u(x)$$

ຊຶ່ງສົມຜົນເທິງນີ້ສາມາດແກ້ດ້ວຍວິທີແຍກຕົວປ່ຽນໄດ້.

$$x \frac{du}{dx} = u$$

ຫລື

$$x \frac{du}{u} = \frac{dx}{x}$$

ເອົາສັງຄະນິດເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຂອງສົມຜົນເທິງຈະໄດ້

$$\int \frac{du}{u} = \int \frac{dx}{x}$$

ແລ້ວຈະໄດ້

$$\ln|u| = \ln|x| + \ln C$$

ສຸດທ້າຍຈະໄດ້ໃຈຜົນຂອງສົມຜົນເອກະພັນແມ່ນ

$$u(x) = C(x)x$$

ຊຶ່ງ C ແມ່ນຈຳນວນຄົງຄ່າທີ່ໃຫຍ່ກວ່າສູນ.

ຕໍ່ໄປນີ້, ພວກເຮົາຈະປ່ຽນແທນ C ດ້ວຍຕຳລາ $C(x)$ ແລະ ຈະຊອກໃຈຜົນຂອງສົມຜົນທີ່ບໍ່ເອກະພັນ ໂດຍ ການວາງຕັ້ງລຸ່ມນີ້:

$$u(x) = C(x)x$$

ເອົາຜົນຕຳລາເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຂອງສົມຜົນເທິງຈະໄດ້

$$u'(x) = [C(x)x]'$$

$$= C'(x)x + C(x)$$

ແທນສົມຜົນນີ້ໃສ່ສົມຜົນຂອງບົດເລກທີ່ໃຫ້ມາຈະໄດ້

$$x = [C'(x)x + C(x)]$$

$$= C(x)x + 2x^3$$

$$= C'(x)x^2 + C(x)x$$

$$= C(x)x + 2x^3$$

ແລ້ວຈະໄດ້

$$C'(x) = 2x$$

ເອົາສັງຄະນິດເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຂອງສົມຜົນເທິງຈະໄດ້

$$\int C'(x)dx = \int 2x dx$$

ເອົາສັງຄະນິດອອກ ຈະໄດ້

$$C(x) = x^2 + C_I$$

ຊຶ່ງ C_I ແມ່ນຈຳນວນຄົງຄ່າ

ດັ່ງນັ້ນ, ໃຈຜົນທົ່ວໄປຂອງບົດເລກທີ່ໃຫ້ມາສາມາດຂຽນຢູ່ໃນຮູບຮ່າງດັ່ງລຸ່ມນີ້:

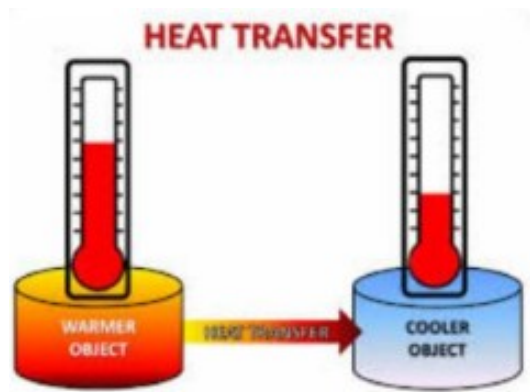
$$\begin{aligned} u(x) &= C(x)x \\ &= (x^2 + C_I)x \\ &= x^3 + C_I x \end{aligned}$$

2. ອຸປະກອນ ແລະ ວິທີການ

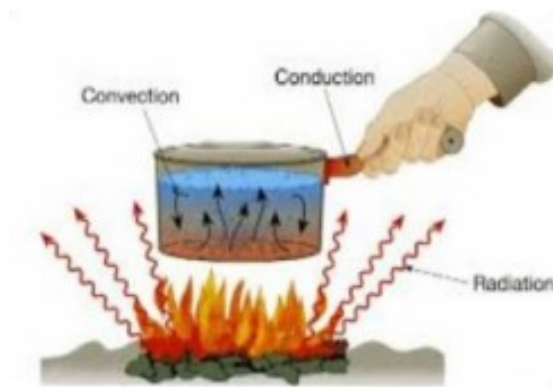
2.1 ການວິເຄາະການແຜ່ກະຈາຍຄວາມຮ້ອນ

ການແຜ່ກະຈາຍຄວາມຮ້ອນແມ່ນການອະທິບາຍເຖິງ ການແລກປ່ຽນພະລັງງານຄວາມຮ້ອນ ລະຫວ່າງລະບົບ

ຕ່າງໆທາງດ້ານຟີຊິກທີ່ຂຶ້ນກັບອຸນຫະພູມ ແລະ ຄວາມດັນ ໂດຍການສະຫລາຍຄວາມຮ້ອນ ຈຸດພື້ນຖານຂອງພື້ນທີ່ແຜ່ ກະຈາຍຄວາມຮ້ອນນັ້ນ ໄດ້ຖືກນຳສະເໜີໃຫ້ເຫັນໃນ ຮູບ ທີ 1 ແລະ ຮູບທີ 2



ຮູບທີ 1: ການນຳຄວາມຮ້ອນຂອງວັດຖຸແຂງ



ຮູບທີ 2: ການອະທິບາຍການນຳຄວາມຮ້ອນ, ການພາຄວາມຮ້ອນ ແລະ ການແຜ່ລັງສີຄວາມຮ້ອນ

ສາມຈຸດຂອງການຖ່າຍເທຄວາມຮ້ອນໃນຮູບທີ 2:

- ການນຳຄວາມຮ້ອນ (conduction) ໃນວັດຖຸແຂງ
- ການພາຄວາມຮ້ອນ (convection)
- ການແຜ່ລັງສີຄວາມຮ້ອນ (Radiation)

2.2 ການຊອກຫາໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ

ການຊອກຫາໃຈຜົນຂອງສົມຜົນປະກອບມີຂັ້ນ

ຕອນດັ່ງລຸ່ມນີ້:

- ພິສູດເອົາສົມຜົນການນຳຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງ
- ນຳໃຊ້ວິທີການແກ້ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດລິເນແອຂັ້ນ ໜຶ່ງເພື່ອຊອກຫາໃຈຜົນຂອງສົມຜົນ

3. ຜົນໄດ້ຮັບ

3.1 ກົດເກນຟູຣີເອສຳລັບການນຳຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງ

ຄວາມຮ້ອນໄຫລໃນວັດຖຸແຂງ ໂດຍການຊັກນຳຄວາມຮ້ອນ. ຄວາມຮ້ອນໄຫລຈາກພາກສ່ວນໜຶ່ງຂອງວັດຖຸແຂງທີ່ມີອຸນຫະພູມສູງໄປຫາພາກສ່ວນໜຶ່ງຂອງວັດຖຸແຂງທີ່ມີອຸນຫະພູມຕໍ່າກວ່າ, ສະຖານະການນີ້ຄ້າຍຄືການໄຫລຂອງ ນ້ຳ ທີ່ໄຫລຈາກຈຸດສູງໄປຫາຈຸດຕໍ່າກວ່າ. ດັ່ງນັ້ນ, ມັນຈະມີການພົວພັນທີ່ແນ່ນອນລະຫວ່າງການໄຫລຂອງຄວາມຮ້ອນ (Q) ແລະ ຄວາມແຕກຕ່າງຂອງອຸນຫະພູມ (ΔT) ໃນວັດຖຸແຂງ. ການພົວພັນລະຫວ່າງ Q ແລະ ΔT ແມ່ນກົດເກນຂອງຟູຣີເອສຳລັບການນຳ

ຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງຕາມ (Yunus A. Cengel, 2010)

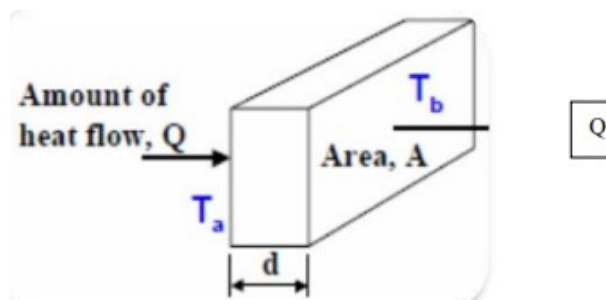
3.2 ການພິສູດເອົາກົດເກນຂອງຟູຣີເອສຳລັບການນຳຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງ

ສົມມຸດໃຫ້ສິ້ນເບື້ອງຊ້າຍມີຂອງໜ້າວັດຖຸແຂງມີອຸນຫະພູມເທົ່າ T_a ແລະ ໃຫ້ສິ້ນເບື້ອງຂວາມີຂອງໜ້າວັດຖຸແຂງມີອຸນຫະພູມເທົ່າ T_b

ຄວາມຮ້ອນຈະໄຫລຈາກໜ້າເບື້ອງຊ້າຍໄປຫາໜ້າເບື້ອງຂວາຖ້າວ່າ $T_a > T_b$

ຈາກການສັງເກດ, ພວກເຮົາສາມາດສ້າງສູດກ່ຽວກັບປະລິມານຄວາມຮ້ອນທັງໝົດ (Q) ຜ່ານຄວາມໜາຂອງແຜ່ນພື້ນແມ່ນຕາມ (Frank P. Incropera and David P. Dewitt, 1998):

$$Q \propto \frac{(T_a - T_b)t}{d}$$



ຮູບທີ 3: ອະທິບາຍການໄຫລຂອງຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງ

ຊຶ່ງ A = ເນື້ອທີ່ຂອງໜ້າທີ່ຄວາມຮ້ອນໄຫລຜ່ານ;

t = ເວລາທີ່ຊ່ວງຄວາມຮ້ອນໄຫລຜ່ານ ແລະ

d = ໄລຍະຫ່າງທີ່ຄວາມຮ້ອນໄຫລຜ່ານ. ປ່ຽນແທນເຄື່ອງໝາຍ $\propto$ ດ້ວຍສຳນວນ $= k$ ໃນນັ້ນ k ແມ່ນຈຳນວນຄົງຄ່າ, ຈະໄດ້

$$Q = k \frac{A(T_a - T_b)t}{d} \quad (13)$$

ຈຳນວນຄົງຄ່າ k ໃນສົມຜົນ (13) ແມ່ນສຳປະສິດການນຳຄວາມຮ້ອນທີ່ຂຶ້ນກັບຄຸນລັກສະນະຂອງວັດຖຸແຂງທີ່ມີຫົວໜ່ວຍ $Btu / in^2 s$, or W / cm^2

ປະລິມານຄວາມຮ້ອນທັງໝົດທີ່ໄຫລໃນວັດຖຸແຂງທີ່ສະແດງໃຫ້ເຫັນໃນສົມຜົນ (13) ແມ່ນມີປະໂຫຍດຫລາຍ ແຕ່ວ່າມັນຈະມີຄວາມໝາຍທຸລະດູກໃນແງ່ຂອງວິຊາວະກຳສາດຖ້າວ່າບໍ່ມີການບອກຄ່າຂອງເນື້ອທີ່ A ແລະ ຊ່ວງເວລາ t ທີ່ຄວາມຮ້ອນໄຫລຜ່ານ

ເພາະສະນັ້ນພະລັງງານຄວາມຮ້ອນ ໃນແງ່ຄວາມເຂັ້ມຂອງການນຳຄວາມຮ້ອນຈະຖືກນຳໃຊ້ຢ່າງລຽນຕິດໃນການວິເຄາະທາງວິສະວະກຳສາດ. ຈາກສົມຜົນ (13), ພວກເຮົາຈະການິດພະລັງງານຄວາມຮ້ອນດັ່ງລຸ່ມນີ້:

$$q = \frac{Q}{At} = k \frac{(T_a - T_b)}{d} \quad (14)$$

ຊຶ່ງ q ມີຫົວໜ່ວຍ

$$Btu / ins^{\circ} \quad \text{or} \quad \frac{W}{m^{\circ}C}$$

ພວກເຮົາຮັບຮູ້ວ່າສົມຜົນ (14) ໄດ້ມາຈາກກໍລະນີທີ່ຄວາມຮ້ອນໄຫລຜ່ານຄວາມໜາຂອງແຜ່ນພື້ນທີ່ມີຄວາມຮ້ອນຢູ່ທັງສອງໜ້າຂ້າງແຕກຕ່າງກັນ

ໃນກໍລະນີອຸນຫະພູມຢູ່ໃນວັດຖຸແຂງທີ່ຄວາມຕ່າງກັນ ແລະ ຕໍ່ເນື່ອງສາມາດອະທິບາຍດ້ວຍຕຳລາ $T(x)$ ໂດຍອີງຕາມການສະແດງໃນສົມຜົນ (13) ດັ່ງລຸ່ມນີ້

$$\begin{aligned} q &= k \frac{(T(x) - T(x + \Delta x))}{\Delta x} \\ &= -k \frac{(T(x + \Delta x) - T(x))}{\Delta x} \end{aligned} \quad (15)$$

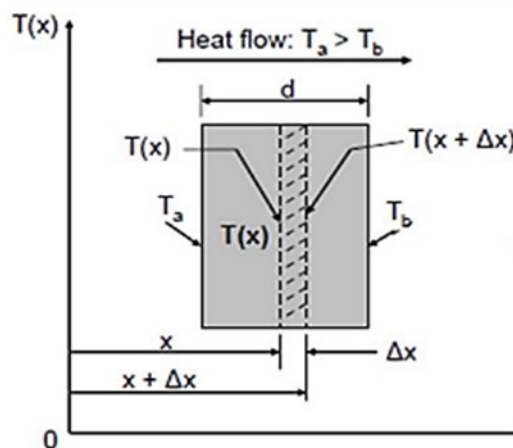
ຖ້າຕຳລາ $T(x)$ ເປັນຕຳລາຕໍ່ເນື່ອງທີ່ແຕກຕ່າງຕາມຄ່າຂອງ x ໃນເມື່ອ $\Delta x \rightarrow 0$ ສົມຜົນ (14) ຈະກາຍເປັນ:

$$\begin{aligned} q(x) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left[-k \frac{(T(x + \Delta x) - T(x))}{\Delta x} \right] \\ &= -k \frac{dT(x)}{dx} \end{aligned}$$

ຫລື

$$q(x) = -k \frac{dT(x)}{dx} \quad (16)$$

ສົມຜົນ (16) ແມ່ນສົມຜົນທາງຄະນິດສາດທີ່ສະແດງເຖິງກົດເກນຟູຣີເອກ່າວກ່ຽວກັບການນຳຄວາມຮ້ອນຕາມແຜ່ນເຄົ້າ x



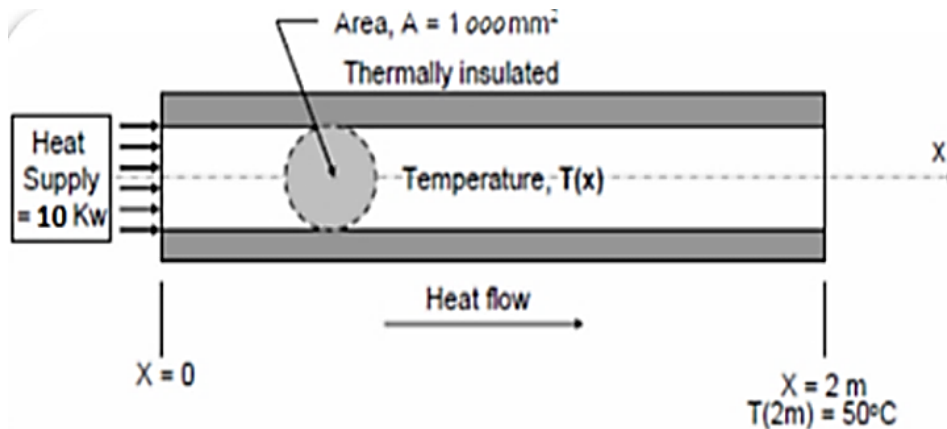
ຮູບທີ 4: ອະທິບາຍການໄຫລຂອງຄວາມຮ້ອນຕາມຕຳລາ $T(x)$

3.3 ການນຳໃຊ້ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນຂັ້ນໜຶ່ງເຂົ້າ ໃນການວິເຄາະ ການແຜ່ກະຈາຍຄວາມຮ້ອນ ໃນ ວັດຖຸແຂງ

ພວກເຮົາຈະພິຈາລະນາຕົວຢ່າງລຸ່ມນີ້ ຕົວຢ່າງທີ່
ສະແດງໃຫ້ເຫັນການນຳຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງ

ຕົວຢ່າງ 3: ທ່ອນໂລຫະມີເນື້ອທີ່ໜ້າຕັດ $1,000\text{mm}^2$
ແລະ ມີລວງຍາວ 2m ຊຶ່ງໜ້າຂ້າງຂອງທ່ອນໂລຫະຖືກ

ແຍກຕົວອອກຈາກຄວາມຮ້ອນ ແລະ ອີກສິ້ນໜຶ່ງເຊື່ອມຕໍ່
ກັບແຫລ່ງຄວາມຮ້ອນທີ່ສາມາດສະໜອງຄວາມຮ້ອນໄດ້
 10kw ແລະ ອີກສິ້ນໜຶ່ງມີຄວາມຮ້ອນຄົງທີ່ເທົ່າກັບ
 50° . ຈົ່ງກຳນົດການກະຈາຍອຸນຫະພູມໃນທ່ອນໂລຫະ
ຖ້າວ່າສຳປະສິດການນຳຄວາມຮ້ອນຂອງທ່ອນໂລຫະ
 $k = 100\text{ kW} / \text{m}^\circ$ ດັ່ງຮູບທີ 5



ຮູບທີ 5: ສະແດງໃຫ້ເຫັນຂໍ້ມູນເບື້ອງຕົ້ນຂອງ ຕົວຢ່າງທີ 3

ບົດແກ້:

ການໄຫລຂອງຄວາມຮ້ອນ Q ທັງໝົດຕໍ່ເວລາ t (Q/t) ຢູ່ໃນທ່ອນໂລຫະທີ່ໄດ້ຈາກແຫລ່ງຄວາມຮ້ອນ
ເບື້ອງຊ້າຍມື (ເບິ່ງໃນຮູບທີ 5) ທີ່ມີຄວາມຮ້ອນ 10kw .

ຍ້ອນວ່າພະລັງງານຄວາມຮ້ອນ $q = Q / (At)$ ດັ່ງທີ່ໄດ້ສະແດງໃນສົມຜົນ (14) ຈະໄດ້

$$(Q/t) = qA = 10\text{kw}$$

ແຕ່ວ່າກົດເກນຟູຣີເອກ່ຽວກັບການນຳຄວາມຮ້ອນແມ່ນ:

$$q(x) = -k \frac{dT(x)}{dx}$$

ແລະ

$$Q = qA = -kA \frac{dT(x)}{dx}$$

ຈະໄດ້

$$\begin{aligned} \frac{dT(x)}{dx} &= -\frac{Q}{kA} \\ &= -\frac{10}{100(1200 \times 10^{-6})} \\ &= -83.33^\circ \dots \end{aligned}$$

ຫລັງຈາກນັ້ນຈະໄດ້

$$\frac{dT(x)}{dx} = -83.33^\circ$$

ຫລື

$$dT(x) = -83.33dx$$

ເອົາສັງຄະນິດເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຈະໄດ້

$$\int dT(x) = \int -83.33dx$$

ແກ້ສັງຄະນິດເທິງນີ້, ຈະໄດ້

$$T(x) = -83.33x + C$$

ນຳໃຊ້ເງື່ອນໄຂເລີ່ມຕົ້ນ

$$T(2) = 50$$

ຈະໄດ້

$$T(2) = 50 = -83.33(2) + C$$

ແລ້ວຄ່າຂອງ C ແມ່ນ

$$C = 50 + 166.66 = 216.66$$

ສຸດທ້າຍໄດ້

$$T(x) = -83.33x + 216.66$$

ນີ້ແມ່ນໃຈຜົນຂອງຕົວຢ່າງ 3

4. ວິພາກຜົນ

ໃນການສຶກສາຄັ້ງນີ້ ຜູ້ຄົນຄຳວ່າແມ່ນໄດ້ສຶກສາການນຳໃຊ້ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ ເຂົ້າການນຳຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງ ໂດຍການນຳໃຊ້ກົດເກນຟູຣີເອສຳລັບການນຳຄວາມຮ້ອນໃນວັດຖຸແຂງ ແລະ ໄດ້ນຳສະເໜີວິທີພິສູດຂອງສູດຂອງກົດເກນຟູຣີເອ. ຫລັງຈາກ ນັ້ນ, ຜູ້ຄົນຄຳວ່າໄດ້ຍົກຕົວຢ່າງກ່ຽວກັບນຳຄວາມຮ້ອນຢູ່ໃນທ່ອນໂລຫະ ແລ້ວນຳໃຊ້ໃຈຜົນຂອງກົດເກນຟູຣີເອເຂົ້າບັນຫາດັ່ງກ່າວຈົນໄດ້ໃຈຜົນ ແລະ ໃຈຜົນນັ້ນມີຄວາມສອດ ຄ່ອງກັບຜົນໄດ້ຮັບຂອງບົດເລກທີ່ນຳໃຊ້ທິດສະດີດຽວກັນໃນປຶ້ມຕຳລາຮຽນໃນສາຂາວິຊາສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນ ໂດຍ: ເກດຕິສັກ ໄຊຊະນະດາສີ, ຂັນຄຳ ວົງສະຫວ່າງ, ບຸນມີ ຄຳອິນຊຸ ແລະ ຜຸຍ ສຸກສິມຫວັງ (2019). ບັນຫາການນຳຄວາມຮ້ອນເປັນບັນຫາໜຶ່ງທີ່ຄວາມສຳຄັນໃນສາຂາພິຊິກສາດ. ສະນັ້ນ, ທ່ານໃດທີ່ມີຄວາມສົນໃຈສາມາດສຶກສາຕໍ່ໂດຍນຳໃຊ້ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດພາກສ່ວນເຂົ້າໃນການແຜ່ກະຈາຍຄວາມຮ້ອນ.

5. ສະຫຼຸບຜົນ

ການກຳນົດການກະຈາຍອຸນຫະພູມໃນທ່ອນໂລຫະໂດຍນຳໃຊ້ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງ ແມ່ນໄດ້

$$T(x) = -83.33x + 216.66 .$$

ຂະບວນການຊອກຫາໃຈຜົນແບບນີ້ຍັງຖືກນຳໃຊ້ຄືກັນກັບການຊອກຫາໃຈຜົນຂອງບັນຫາການພາຄວາມຮ້ອນໃນທາດແຫລວ, ການແຜ່ລັງສີຄວາມຮ້ອນໃນອາກາດ. ການນຳໃຊ້ນີ້ຍັງເປັນຜົນປະ ໂຫຍດທີ່ສຸດສຳລັບການວິເຄາະການເຄື່ອນທີ່ຂອງທາດແຫລວຕ່າງໆ. ບັນຫາພື້ນຖານທີ່ສຸດແມ່ນມັນປະກອບດ້ວຍການຊອກຫາໃຈຜົນທີ່ດີທີ່ສຸດຂອງສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງທີ່ເປັນເອກະພັນ ແລະ ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນລິເນແອຂັ້ນໜຶ່ງທີ່ບໍ່ເປັນເອກະພັນ

6. ຂໍ້ຂັດແຍ່ງ

ຂ້າພະເຈົ້າໃນນາມຜູ້ຄົນຄຳວ່າວິທະຍາສາດຂໍປະຕິບາຍຕົນວ່າ ຂໍ້ມູນທັງໝົດທີ່ມີໃນບົດຄວາມວິຊາການ

ດັ່ງກ່າວນີ້ ແມ່ນບໍ່ມີ ຂໍ້ຂັດແຍ່ງທາງຜົນປະໂຫຍດ ກັບ
ພາກສ່ວນໃດ ແລະ ບໍ່ໄດ້ເອື້ອປະໂຫຍດ ໃຫ້ກັບພາກສ່ວນ
ໃດພາກສ່ວນ ໜຶ່ງ, ກໍລະນີມີການລະເມີດໃນຮູບການໃດ
ໜຶ່ງ ຂ້າພະເຈົ້າມີຄວາມຍິນດີທີ່ຈະຮັບຜິດຊອບແຕ່ພຽງຜູ້
ດຽວ.

7. ເອກະສານອ້າງອີງ

ເກດຕິສັກ ໄຊຊະນະດາສີ, ຂັນຄໍາ ວົງສະຫວ່າງ, ບຸນມິ ຄໍາ
ອິນຊູ ແລະ ຜຸຍ ສຸກສິມຫວັງ (2019), 'ສົມຜົນຈຸນລະ
ຄະນິດສາມັນ', ນະຄອນຫຼວງວຽງຈັນ,
ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງຊາດລາວ

Ahmad, Shair, Ambrosetti (2014), 'A textbook
on Ordinary Differential Equations',
Antonio 15th edition

Earl A. Coddington, 'An Introduction to
Ordinary Differential Equations', 1st
Edition.

Victor Henner, Tatyana Belozeroва (2013),
'Ordinary and Partial Differential
Equations', A K Peters/CRC Press.

Yunus A. Cengel (2010), "Heat Transfer A
Practical Approach", Tata McGraw Hill.

Frank P. Incropera and David P. Dewitt (1998),
"Fundamentals of Heat and Mass
Transfer", John Wiley & Sons.

Venkateshan. S.P (2004)., "Heat Transfer", Ane
Books, New Delhi.

Ghoshdastidar, P.S (2004), "Heat Transfer",
Oxford.

Nag, P.K. (2002), "Heat Transfer", Tata
McGraw
Hill, New Delhi.

Holman, J.P. (2000.), "Heat and Mass Transfer",
Tata McGraw Hill.