

ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດສຳລັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ

ແສງດາລາ ບົວລາຄຳ¹, ພຸ້ນ ສຸກສິມຫວັງ², ຜູ້ຍ ສຸກສິມຫວັງ

ພາກວິຊາວິທະຍາສາດທຳມະຊາດ, ຄະນະສຶກສາສາດ, ມະຫາວິທະຍາໄລ ສຸພານຸວົງ, ສປປ ລາວ

¹ຕິດຕໍ່ຜົວພັນ:

ແສງດາລາ ບົວລາຄຳ

ພາກວິຊາວິທະຍາສາດທຳມະຊາດ

ຄະນະສຶກສາສາດ ມະຫາວິທະຍາໄລ

ສຸພານຸວົງ

ເບີໂທ: +856 20 2310 2888

ອີເມວ:

Sengdala2310@gmail.com

ຂໍ້ມູນບົດຄວາມ:

ການສົ່ງບົດ: 12 ເມສາ 2023

ການປັບປຸງ: 29 ສິງຫາ 2023

ການຕອບຮັບ: 20 ກັນຍາ 2023

ບົດຄັດຫຍໍ້

ບົດຄົ້ນຄວ້າສະບັບນີ້ແມ່ນການນຳໃຊ້ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດເພື່ອຄາດຄະເນການເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນໃນ ສປປ ລາວ. ສປປ ລາວ ເປັນປະເທດທີ່ມີອັດຕາການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນບໍ່ຫລາຍ ໃນບັນດາປະເທດອາຊຽນໃນຊ່ວງໄລຍະເວລາ 21 ປີ ຊຶ່ງມີຈຳນວນປະຊາກອນເພີ່ມຂຶ້ນພຽງ 2 ກວ່າຄືນ/ປີ ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ ສຳລັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນ ລວມມີ ແບບຈຳລອງຂອງແມັ້ນຕັສ(Malthus), ແບບຈຳລອງໂລຈິສະຕິກ ແລະ ແບບຈຳລອງກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ ໄດ້ຖືກນຳໃຊ້ເຂົ້າໃນການ ຄາດຄະເນການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນໃນປະເທດສປປ ລາວ ແຕ່ປີ 2000 ເຖິງ 2025. ຂໍ້ມູນທີ່ນຳມາໃຊ້ແມ່ນເກັບກຳ ຈາກເວັບຂອງ (World Bank Data). ຂໍ້ມູນດັ່ງກ່າວໄດ້ຖືກວິເຄາະໂດຍ MATLAB ແລະ ສະແດງໃຫ້ເຫັນໃນແຜນພູມການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນດ້ວຍແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ ທີ່ກ່າວມາຂ້າງເທິງນັ້ນ. ພວກເຮົາຍັງໄດ້ໃຊ້ວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດຄິດໄລ່ອັດຕາເຕີບໂຕທີ່ດີທີ່ສຸດຂອງວິທີແມັ້ນຕັສ. ແບບຈຳລອງທັງສາມຊະນິດນັ້ນມີຄ່າຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນເທົ່າກັບ 0.1216% ໃນນັ້ນອັດຕາເຕີບໂຕສະເລ່ຍຂອງປະຊາກອນທັງສາມແບບນີ້ແມ່ນ 1.74% ຕໍ່ປີ ແລະ ຈາກການວິເຄາະຂໍ້ມູນຈະໄດ້ການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນໃນ ສປປ ລາວ ຕາມຮູບແບບໂລຈິສະຕິກ (Logistic)ຈະໄດ້ອັດຕາເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນເທົ່າ 2,09% ຕໍ່ປີ ແລະ ຄາດຄະເນວ່າຈະມີປະຊາກອນ 7,826,386 ຄົນ ໃນປີ 2025 ດ້ວຍຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນ (MAPE) ເທົ່າກັບ 0.1319%, ສຳລັບແບບຈຳລອງຂອງແມັ້ນຕັສ ມີອັດຕາເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນເທົ່າ 1.57% ຕໍ່ປີ ແລະ ສາມາດປະເມີນຈຳນວນຂອງປະຊາກອນຂອງ ສປປ ລາວໃນປີ 2025 ໄດ້ 7,882.684 ຄົນ ດ້ວຍຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນເທົ່າກັບ 0.1167% ສ່ວນແບບຈຳລອງດ້ວຍວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດມີອັດຕາເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນເທົ່າກັບອັດຕາເຕີບໂຕໃນແບບຈຳລອງຂອງແມັ້ນຕັສເທົ່າກັບ 1.57% ຕໍ່ປີ ແລະ ສາມາດປະເມີນຈຳນວນຂອງປະຊາກອນຂອງ ສປປ ລາວໃນປີ 2025 ໄດ້ 7,885,942 ຄົນ ດ້ວຍຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນເທົ່າກັບ 0.1162%.

ຄຳສັບສຳຄັນ: ແບບຈຳລອງຂອງແມັ້ນຕັສ, ແບບຈຳລອງໂລຈິສະຕິກ, ແບບຈຳລອງດ້ວຍວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ, ອັດຕາເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນ, ຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນ (MAPE)

Mathematical Model for Population Growth of Lao PDR

Sengdala BOUALAKHAM¹, Phouvanh SOUKSOMVANG², Phoui SOUKSOMVANG

Department of Natural Sciences, Faculty of Education, Souphanouvong University, Lao PDR

Abstract

The purpose of this paper is to use mathematical models to predict the population growth of Lao PDR. The Lao PDR is one of the ASEAN countries that the growth rate of population is quite low over the 21 period of years. The Least Square Method, Malthus's and the logistic growth models are applied to the model to estimate the population growth of Lao PDR using data from 2000 to 2020. The data used was collected from the web of the (World Bank Data). We also use the least square method to compute the best population growth rate of Malthus's model. All of three models give the Mean Absolute Percentage Error (MAPE) of 0.1216%. The logistic population growth model predicted a growth rate of 2.09% per year and the predicted population in 2025 is 7,826,386 people with the Mean Absolute Percentage Error of 0.1319% while the Malthus's population growth model predicted a growth rate of 1.157% per year and the estimate population in 2025 is 7,882,684 people with the Mean Absolute Percentage Error of 0.1167%. However, the least square method gives the same growth rate as the Malthus one as 1.57% per year and the predicted population in 2025 is 7,885,942 people with the Mean Absolute Percentage Error is computed as 0.1162%.

Keywords: *Malthus's population model, Logistic growth Model, Least Square Method, Population Growth rate, Mean Absolute Percentage Error.*

¹Correspondence:

Sengdala BOUALAKHAM,
Department of Natural Science
Pedagogy,
Faculty of Education,
Souphanouvong University,
Tel: +856 20 2310 2888,
E-mail:
Sengdala2310@gmail.com

Article Info:

Submitted: Apr 12, 2023

Revised: Aug 29, 2023

Accepted: Sep 20, 2023

1. ພາກສະເໜີ

ສປປ ລາວ ເປັນປະເທດໜຶ່ງທີ່ຕັ້ງຢູ່ແຫລມອິນດູ ຈີນ ຊຶ່ງມີຊາຍແດນດ້ານທິດຕາເວັນອອກຕິດກັບ ສສ ຫວຽດນາມ, ທິດເໜືອຕິດກັບ ສປ ຈີນ, ທິດຕາເວັນຕົກສ່ຽງເໜືອຕິດກັບສະຫະພາບຝະມ້າ, ທິດຕາເວັນຕົກຕິດກັບ ລາຊາອານາຈັກໄທ ແລະ ທິດໃຕ້ຕິດກັບລາຊາອານາຈັກກຳປູເຈຍ. ຂະໜາດຂອງປະຊາກອນ ແລະ ການເຕີບໃຫຍ່ຂອງປະເທດມີອິດທິພົນໂດຍກົງຕໍ່ສະພາບເສດຖະກິດ, ນະໂຍບາຍ, ວັດທະນະທຳ, ການສຶກສາ ແລະ ສະພາບແວດລ້ອມຂອງປະເທດ ແລະ ການກຳນົດການສຳຫຼວດຕົ້ນທຶນຊັບພະຍາກອນທຳມະຊາດ. ການຄາດຄະເນປະຊາກອນຂອງປະເທດໃດໜຶ່ງກໍ່ມີບົດບາດສຳຄັນໃນການວາງແຜນພ້ອມທັງການຕັດສິນໃຈໃນການພັດທະນາເສດຖະກິດ-ສັງຄົມ ແລະ ການພັດທະນາດ້ານປະຊາກອນ. ທຸກມື້ນີ້ບັນຫາສຳຄັນຂອງໂລກແມ່ນການເຕີບໃຫຍ່ຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນຢ່າງຫລວງຫລາຍໂດຍສະເພາະໃນປະເທດທີ່ກຳລັງພັດທະນາ ເຊັ່ນ ສປປ ລາວ. ທຸກໆລັດຖະບານ ແລະ ຂະແໜງການ

ໂດຍລວມຕ້ອງມີແນວຄິດທີ່ຖືກຕ້ອງກ່ຽວກັບຂະໜາດໃນອະນາຄົດຂອງຫົວໜ່ວຍຕ່າງໆ ເຊັ່ນ: ປະຊາກອນ, ຊັບພະຍາກອນ, ຄວາມຕ້ອງການ ແລະ ການຊົມໃຊ້ສຳລັບ ກິດຈະກຳການວາງແຜນຂອງພວກເຂົາ. ເພື່ອໃຫ້ໄດ້ຂໍ້ມູນດັ່ງກ່າວ, ພິດຕິກຳຂອງຕົວແປທີ່ເຊື່ອມຕໍ່ໄດ້ຖືກວິເຄາະໂດຍອີງໃສ່ຂໍ້ມູນ ທີ່ຜ່ານມາໂດຍນັກສະຖິຕິ ແລະ ນັກຄະນິດສາດ ໃນຕອນທຳອິດ ແລະ ການນຳໃຊ້ຂໍ້ສະຫຼຸບທີ່ຖືກດຶງມາຈາກການວິເຄາະ, ພວກເຂົາເຮັດການຄາດຄະເນໃນອະນາຄົດກ່ຽວກັບຕົວແປ. ມີຄວາມກັງວົນຢ່າງຫລວງຫລາຍຕໍ່ຜົນສະທ້ອນຂອງການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນ ມະນຸດຕໍ່ການພັດທະນາສັງຄົມ, ສິ່ງແວດລ້ອມ ແລະ ການພັດທະນາເສດຖະກິດ. ບັນຫາເຫລົ່ານີ້ໄດ້ເພີ່ມທະວີຄວາມຮຸນແຮງຫລາຍຂຶ້ນຄືກັນກັບການເຕີບໃຫຍ່ຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນ. ການສ້າງແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ ແມ່ນວິທະຍາສາດການສຶກສາທີ່ກວ້າງຂວາງເຊິ່ງໃຊ້ເຕັກນິກ ວິຊາຄະນິດສາດ ແລະ ການຄຳນວນເພື່ອສ້າງແບບຈຳລອງ ແລະ ອະທິບາຍປະກົດການທີ່ເກີດຂຶ້ນໃນວິທະຍາສາດແຫ່ງຊີວິດ. ນັ້ນແມ່ນ

ຂະບວນການຮຽນຮູ້ແບບຄວາມເປັນຈິງໂດຍການໃຊ້ພາສາທາງຄະນິດສາດ.

ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແມ່ນຊຸດຂອງສູດ ຫຼື ສົມຜົນໂດຍອີງໃສ່ຄຳອະທິບາຍດ້ານປະລິມານ ຫລືປະ ກົດ ການໂລກທີ່ແທ້ຈິງ ແລະ ສ້າງຂຶ້ນດ້ວຍຄວາມຫວັງວ່າພຶດຕິກຳທີ່ມັນຄາດຄະເນຈະຄ້າຍຄືກັບພຶດຕິກຳ ຕົວຈິງທີ່ມັນອີງໃສ່ (Glenn Ledder, 2005). ແບບຈຳລອງກ່ຽວກັບປະຊາກອນແມ່ນຮູບແບບທາງຄະນິດສາດອັນໜຶ່ງທີ່ໃຊ້ກັບການສຶກສາດ້ານການປະມວນຜົນການເຫັນດີຂອງປະຊາກອນ. ແບບຈຳລອງຊ່ວຍໃຫ້ມີຄວາມເຂົ້າໃຈດີຂຶ້ນກ່ຽວກັບວິທີການພົວພັນທີ່ສັບສົນ ແລະ ຂະບວນການເຮັດວຽກ. ການສ້າງແບບຈຳລອງປະຕິສຳພັນແບບເຄື່ອນໄຫວຂອງທຳມະຊາດ ສາມາດສະໜອງວິທີການຈັດການທີ່ເຂົ້າໃຈໄດ້ເຖິງວິທີການປ່ຽນແປງຕົວເລກໃນແຕ່ລະໄລຍະທີ່ກ່ຽວຂ້ອງກັນສຳພັນກັນ. ແບບຈຳລອງສາມາດມີໄດ້ຫລາຍຮູບຮ່າງ, ຫຼາຍຂະໜາດ ແລະ ຫຼາຍຮູບແບບ. ສິ່ງສຳຄັນທີ່ຈະຕ້ອງໄດ້ເນັ້ນໜັກວ່າແບບຈຳລອງບໍ່ແມ່ນໂລກແທ້ຄວາມຈິງແຕ່ເປັນພຽງການສ້າງຂອງມະນຸດ ເພື່ອຊ່ວຍໃຫ້ພວກເຮົາເຂົ້າໃຈລະບົບໂລກຄວາມຈິງໄດ້ດີຂຶ້ນ. ເຮົານຳໃຊ້ແບບຈຳລອງໃນທຸກດ້ານກັບຊີວິດຂອງພວກເຮົາ, ເພື່ອດຶງແນວໂນ້ມທີ່ສຳຄັນຈາກຂະບວນການທີ່ສັບສົນເພື່ອເຮັດໃຫ້ ປຽບທຽບລະຫວ່າງລະບົບ ເພື່ອອ່ານວຍຄວາມສະດວກໃຫ້ແກ່ການວິເຄາະສາເຫດ ຂອງການປະຕິບັດຂັ້ນຕອນໃນລະບົບ ແລະ ເຮັດການຄາດຄະເນກ່ຽວກັບອານາຄົດ. ໃນບົດຄວາມນີ້ພວກເຮົາສ້າງແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ ເພື່ອປະເມີນການຈະ ເລີນເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ໂດຍນຳໃຊ້ແບບຈຳລອງຂອງແມັ້ນຕັສ, ແບບຈຳລອງແບບໂລຈິສະຕິກ ແລະ ແບບຈຳລອງດ້ວຍວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ.

ຈຸດປະສົງເພື່ອ: ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດທີ່ມີຊື່ວ່າ ແບບຈຳລອງຂອງແມັ້ນຕັສ, ແບບຈຳລອງແບບໂລຈິສະຕິກ ແລະ ແບບຈຳລອງດ້ວຍວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ ເຂົ້າໃນການປະເມີນການຈະເລີນເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ແຕ່ປີ 2021 ຫາ ປີ 2025.

2. ເຄື່ອງມື ແລະ ວິທີການ

ການຄົ້ນຄວ້າວິໄຈແມ່ນເປັນທີ່ເຂົ້າໃຈກັນດີທີ່ສຸດວ່າເປັນຂະບວນການທີ່ເວົ້າເຖິງວິທີການແກ້ໄຂບັນຫາຕ່າງ ໆ ໂດຍຜ່ານການເກັບກຳຢ່າງເປັນລະບົບ, ການວິເຄາະ ແລະ ການຕີຄວາມໝາຍຂອງຂໍ້ມູນທີ່ກ່ຽວຂ້ອງກັບບົດຄວາມນີ້, ຂໍ້ມູນຈຳແນກປະຊາກອນປະຈຳປີຄັ້ງທີສອງຂອງ ສປປ ລາວ ຈາກປີ 2000-2020 (ລວມທັງຫມົດ) ເຊິ່ງ ໄດ້ຖືກເກັບກຳຈາກຕົວຊີ້ວັດ ການພັດທະນາໂລກ ແລະ ການເງິນເຜື້ອການ

ພັດທະນາທົ່ວໂລກ. ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດກ່ຽວກັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງຜົນລະ ເມືອງຄື ແບບຈຳລອງຂອງແມັ້ນຕັສ, ແບບຈຳລອງແບບໂລຈິສະຕິກ ແລະ ແບບຈຳລອງດ້ວຍວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ ໄດ້ຖືກນຳໃຊ້ເພື່ອຄິດໄລ່ຄ່າປະມານຂອງປະຊາກອນ ແລະ ໃນການວາງແຜນພູມສະແດງຂອງຄ່າຈຳນວນປະຊາກອນຕົວຈິງ ແລະ ຄາດຄະເນທຽບກັບ ຊ່ວງເວລາຂອງປີ ໂດຍໃຊ້ MATLAB. ຄວາມໝາຍສົມຂອງແບບຈຳລອງແມ່ນໄດ້ຮັບການປະເມີນຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນ (MAPE).

2.1 ແບບຈຳລອງການຂະຫຍາຍຕົວຜົນລະເມືອງຂອງແມັ້ນຕັສ

ໃນປີ 1798 Thomas R. Malthus ເບິ່ງໃນ (T. R. Malthus, 1798) ໄດ້ສະເຫນີແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ ກ່ຽວກັບການຂະຫຍາຍຕົວ ຂອງປະຊາກອນ. ລາວໄດ້ສະເຫນີໂດຍສົມມຸດຕິຖານທີ່ວ່າປະຊາກອນເພີ່ມຂຶ້ນໃນອັດຕາສ່ວນທຽບເທົ່າກັບ ຂະໜາດຂອງປະຊາກອນ. ນີ້ແມ່ນການສົມມຸດຖານ ທີ່ສົມເຫດສົມຜົນສຳລັບປະຊາກອນເຊື້ອແບກເທິເຣຍ ຫລື ສິດພາຍໃຕ້ເງື່ອນໄຂທີ່ໝາຍສົມ (ສະພາບແວດລ້ອມທີ່ບໍ່ຈຳກັດ, ໄພ ຊະນາການທີ່ພຽງພໍ, ຂາດຜູ້ລ່າ ແລະພູມຕ້ານທານຈາກພະຍາດ). ສົມມຸດວ່າພວກເຮົາຮູ້ຈຳນວນປະຊາກອນ P_0 ໃນເວລາໃດໜຶ່ງ $t = t_0$ ແລະ ພວກເຮົາສົນໃຈໃນການຄາດຄະເນປະຊາກອນ P ໃນຊ່ວງ ເວລາໃດໜຶ່ງຂອງອານາຄົດ $t = t_1$. ເວົ້າອີກຢ່າງໜຶ່ງພວກເຮົາຕ້ອງການຊອກຫາ ຂະໜາດຂອງປະຊາກອນ $P(t)$ ສຳລັບ $t_0 \leq t \leq t_1$ ທີ່ເຮັດໃຫ້ພໍໃຈ $P(t_0) = P_0$.

ຈາກນັ້ນ ຝຶກລະນາບັນຫາ:

$$\frac{dP}{dt} = \beta P, \quad \beta > 0 \quad (1)$$

ໂດຍທີ່ β ແມ່ນຈຳນວນຄ່າຄົງທີ່ເອີ້ນວ່າ ປັດໄຈ Malthus, ແມ່ນ ພະຫຼຸດນ ທີ່ກຳນົດອັດຕາການເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນ (ແມ່ນຜົນຕ່າງລະຫວ່າງອັດຕາການເກີດ ແລະ ອັດຕາການຕາຍ).

ໃຊ້ວິທີການແຍກຕົວປ່ຽນໃນສົມຜົນ (1) ແລ້ວເອົາສັງຄະນິດແຕ່ P_0 ຫາ $P(t)$ ເຂົ້າແລ້ວຈະໄດ້

$$\int_{P_0}^{P(t)} \frac{1}{P} dP = \int_{t_0=0}^t \beta dt. \quad (2)$$

ຫລັງຈາກນັ້ນຈະໄດ້ໃຈຜົນ $P(t)$ ດັ່ງລຸ່ມນີ້:

$$P(t) = P_0 e^{\beta t}. \quad (3)$$

ສົມຜົນ (1) ແມ່ນຮູບແບບການຂະຫຍາຍຕົວແບບເລກກຳລັງ/ຍົກກຳລັງ ເຊິ່ງມີສົມຜົນ (3) ເປັນໃຈຜົນຂອງມັນ ແລະ ສົມຜົນນີ້ຈະຖືກນຳໃຊ້ຢ່າງກວ້າງຂວາງ ໃນແງຂອງລະບົບນິເວດ ເພາະວ່າມັນເປັນຫຼັກການທຳອິດຂອງຂອງການຂະຫຍາຍຕົວຂອງຜົນລະເມືອງ. ມັນແມ່ນສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດ ທີ່ປະເມີນການປ່ຽນແປງຂອງຜົນລະເມືອງຕາມເວລາ t . ເມື່ອຊອກໄດ້ຄຳຕອບແລ້ວ, ພວກເຮົາຈະເບິ່ງຜົນໄດ້ຮັບຂອງມັນ. ຖ້າວ່າແຍກປະຊາກອນອອກເປັນ 0, ຈາກນັ້ນ $P(t) > 0$ ສຳລັບ t ທັງໝົດ. ສະນັ້ນ, ຖ້າ $\beta > 0$, ຈາກນັ້ນສົມຜົນສະແດງໃຫ້ເຫັນວ່າ ສຳລັບ t ທັງໝົດ. ເຊິ່ງໝາຍຄວາມວ່າ ປະຊາກອນຈະເພີ່ມຂຶ້ນເລື້ອຍໆ. ໃນຄວາມເປັນຈິງ, ເມື່ອ $P(t)$ ເພີ່ມຂຶ້ນ, ສົມຜົນ (1) ກໍຈະມີການເພີ່ມຂຶ້ນ. ເວົ້າອີກຢ່າງໜຶ່ງ, ອັດຕາການເພີ່ມຂຶ້ນຂອງຜົນລະເມືອງເພີ່ມຂຶ້ນ ເມື່ອປະຊາກອນເພີ່ມຂຶ້ນ. ສົມຜົນ (1) ແມ່ນເໝາະສົມ ສຳລັບການສ້າງແບບຈຳລອງການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນ ພາຍໃຕ້ເງື່ອນໄຂທີ່ໃຫ້ມາ. ດັ່ງນັ້ນ, ພວກເຮົາຕ້ອງຮັບຮູ້ຄວາມເປັນຈິງຫຼາຍຂຶ້ນ ຊຶ່ງມັນຈະຕ້ອງສະທ້ອນຄວາມຈິງທີ່ວ່າ ສະພາບແວດລ້ອມທີ່ໄດ້ຖືກກຳນົດໃຫ້ມີຊັບພະຍາກອນຈຳກັດ. ຈາກສົມຜົນ (3) ພວກເຮົາສາມາດຊອກຫາສູດຂອງ β ໄດ້ດັ່ງລຸ່ມນີ້:

$$\beta = \frac{\ln(P(t)) - \ln(P_0)}{t}. \quad (4)$$

2.2 ແບບຈຳລອງຂອງການຂະຫຍາຍຕົວແບບໂລຈິສະຕິກ (Logistic Growth Model)

ເນື່ອງຈາກວ່າ ໃນເມື່ອຂະໜາດຂອງປະຊາກອນເພີ່ມຂຶ້ນ, ຄວາມສາມາດຂອງສະພາບແວດລ້ອມອ້ອມຂ້າງທີ່ຈະຕອບສະໜອງໃຫ້ແກ່ຈຳນວນປະຊາກອນນັ້ນກໍ່ຫຼຸດລົງ ແລະ ໃນເມື່ອປະຊາກອນເພີ່ມຂຶ້ນຕໍ່ຫົວຄົນ, ຄວາມພ້ອມຂອງອາຫານກໍ່ຫຼຸດລົງ ຜະລິດຕະພັນສິ່ງເສດເຫຼືອອາດຈະສະສົມເພີ່ມຂຶ້ນ ແລະ ອັດຕາການເກີດຈະຫຼຸດລົງ ເມື່ອອັດຕາການຕາຍເພີ່ມຂຶ້ນ. ສະນັ້ນ, ມັນຈະມີເຫດຜົນທີ່ຈະພິຈາລະນາແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດທີ່ສາມາດອະທິບາຍເຖິງການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນທີ່ໄດ້ລວບລວມເອົາແນວຄວາມຄິດເລື່ອງຄວາມສາມາດໃນການຮັບຮອງໄວ້ຢ່າງຊັດເຈນ.

ແບບຈຳລອງການຂະຫຍາຍຕົວແບບຕັກກະສາດໄດ້ຖືກສະເໜີໂດຍ ນັກຄະນິດສາດ ຂອງປະເທດແບນຊິກໃນປີ 1983 ໂດຍທ່ານ Pierre-Francois Verhulst ເບິ່ງໃນ (Verhulst (P. F. Verhulst, 1838) ເປັນແບບຈຳລອງສຳລັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນໂລກ. ແບບຈຳລອງຂອງລາວບໍ່ໄດ້ຖືວ່າຊັບພະຍາກອນຈະບໍ່ຈຳກັດ ແຕ່ໄດ້

ລວມເອົາແນວຄວາມຄິດຂອງຂີດຄວາມສາມາດໃນການຮອງຮັບຂອງປະຊາກອນ. ດັ່ງນັ້ນ, ການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນບໍ່ພຽງແຕ່ຂຶ້ນກັບຂະໜາດຂອງປະຊາກອນ; ແຕ່ກໍ່ຍັງຂຶ້ນກັບຂະໜາດທີ່ມາຈາກຂອບເຂດສູງສຸດຂອງມັນເຊັ່ນ: ຂີດຄວາມສາມາດໃນການຮອງຮັບຂອງມັນ (ປະຊາກອນທີ່ສາມາດຮອງຮັບໄດ້ສູງສຸດ). ລາວໄດ້ດັດແປງແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ ຂອງ ທ່ານ ແມັນຕັສ ເຜືອເຮັດໃຫ້ອັດຕາປ່ຽນແປງຂອງ $\frac{dP}{dt}$ ຂອງປະຊາກອນເປັນອັດຕາສ່ວນກັບຜົນຄູນຂອງປະຊາກອນ ແລະ $\left(1 - \frac{P}{K}\right)$ ເພາະສະນັ້ນ, ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບຕັກກະສາດຈຶ່ງເປັນແບບຈຳລອງໃນຮູບຮ່າງຂອງສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດດັ່ງລຸ່ມນີ້:

$$\frac{dP}{dt} = rP \left(1 - \frac{P}{K}\right), \quad r, K > 0 \quad (5)$$

ຊຶ່ງ r ແມ່ນອັດຕາການເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນທີ່ເປັນຕົວປ່ຽນທຽມທີ່ຈະຕ້ອງໄດ້ຊອກ ແລະ K ແມ່ນຕົວປ່ຽນທຽມທີ່ເປັນຄ່າປະມານຂີດຈຳກັດສູງສຸດຂອງປະຊາກອນທີ່ຈະເກີດຂຶ້ນໄດ້ (ປະຊາກອນທີ່ສາມາດຮອງຮັບໄດ້ສູງສຸດ). ໃນເມື່ອຈຳນວນປະຊາກອນ P ມີຄ່າມີຄ່ານ້ອຍທຽບກັບຄ່າຂອງ K ແລ້ວຄ່າຂອງ P^2 ກໍຈະມີຄ່ານ້ອຍຄືກັນ. ດັ່ງນັ້ນ, ສົມຜົນ (5) ສາມາດແປງເປັນສົມຜົນໃໝ່ຄື $\frac{dP}{dt} = rP$. ຖ້າວ່າຄ່າຂອງ P ມີຄ່າມີຄ່າໃຫຍ່ກວ່າ K , ຈຳນວນປະຊາກອນຈະມີການຫຼຸດລົງ, ໃນທາງກົງກັນຂ້າມຖ້າວ່າຄ່າຂອງ P ມີຄ່າມີຄ່ານ້ອຍກວ່າ K , ຈຳນວນປະຊາກອນຈະມີການເພີ່ມຂຶ້ນ.

ແບບຈຳລອງການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນແບບໂລຈິສະຕິກສາມາດແກ້ໄດ້ດ້ວຍວິທີການແຍກຕົວປ່ຽນ P ໂດຍອີງໃສ່ Placeholder (JAMES C. ROBINSON, 2004) ແລ້ວຈະໄດ້ດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້:

$$\left(\frac{1}{P} + \frac{1}{K - P}\right) dP = r dt.$$

ຫຼັງຈາກນີ້ ພວກເຮົາເອົາສັງຄະນິດມີຂອບເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຂອງສົມຜົນເທິງຊຶ່ງຂອບຂອງສັງຄະນິດຢູ່ລະຫວ່າງ $t_0 = 0 (= P_0)$ ແລະ $t (= P(t))$ ແລ້ວຈະໄດ້

$$\int_{P_0}^{P(t)} \left(\frac{1}{P} + \frac{1}{K - P}\right) dP = \int_{t_0=0}^t r dt \quad (6)$$

ຈາກນັ້ນໄດ້

$$\frac{P(t)(K - P_0)}{P_0(K - P(t))} = e^{rt}$$

ສຸດທ້າຍໄດ້

$$P(t) = \frac{K}{1 + \left(\frac{K}{P_0} - 1\right)e^{-rt}} \quad (7)$$

ຖ້າພວກເຮົາເອົາຂອບເຂດເຂົ້າສົມຜົນ (7) ຊຶ່ງໃຫ້ $t \rightarrow \infty$, ຈະໄດ້ຄ່າໃຫຍ່ສຸດຂອງ P ດັ່ງລຸ່ມນີ້

$$P_{\max} = \lim_{t \rightarrow \infty} P = K. \quad (8)$$

ທ່ານ Pierre-Francois Verhulst ຍັງໄດ້ອະທິບາຍເຖິງວິທີການຊອກຫາຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ r ແລະ K ຈາກປະຊາກອນ $P(t)$ ໃນສາມວ່າງຂອງຊ່ວງເວລາທີ່ເທົ່າກັນ. ສົມມຸດເຮົາໃຫ້ P_0 ແມ່ນຈຳນວນປະຊາກອນໃນເວລາ $t=0$, ໃຫ້ P_T ແມ່ນຈຳນວນປະຊາກອນໃນເວລາ $t=T$ ແລະໃຫ້ P_{2T} ແມ່ນຈຳນວນປະຊາກອນໃນເວລາ, ຫຼັງຈາກນັ້ນຈາກສົມສົມ (7) ຊຶ່ງຖືກອະທິບາຍຢູ່ໃນ (A. Wali, D. Ntubabare, V. Mboniragira, 2011), ເຮົາສາມາດຊອກຫາຄ່າຂອງ r ແລະ K ດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້

$$\frac{1}{K}(1 - e^{-rT}) = \frac{1}{P_T} - \frac{e^{-rT}}{P_0} \quad (9)$$

$$\frac{1}{K}(1 - e^{-2rT}) = \frac{1}{P_{2T}} - \frac{e^{-2rT}}{P_0} \quad (10)$$

ຫານທັງສອງເບື້ອງຂອງສົມສົມ (10) ໃຫ້ສົມສົມ (9) ເພື່ອຊອກຫາຄ່າຂອງ K ແລ້ວຈະໄດ້

$$1 + e^{-rT} = \frac{\frac{1}{P_{2T}} - \frac{e^{-2rT}}{P_0}}{\frac{1}{P_T} - \frac{e^{-rT}}{P_0}}$$

ສຸດທ້າຍໄດ້

$$e^{-rT} = \frac{P_0(P_{2T} - P_T)}{P_{2T}(P_T - P_0)} \quad (11)$$

ສົມສົມ (11) ຈະມີຄວາມໝາຍກໍຕໍ່ເມື່ອ

$$0 < \frac{P_0(P_{2T} - P_T)}{P_{2T}(P_T - P_0)} < 1$$

ຈາກສົມສົມ (11) ສາມາດຄິດໄລ່ອັດຕາການເຕີບໂຕຂອງຜົນລະເມືອງ r ໄດ້ດັ່ງລຸ່ມນີ້

$$r = \frac{1}{T} \ln \left(\frac{P_{2T}(P_T - P_0)}{P_0(P_{2T} - P_T)} \right) \quad (12)$$

ແທນຄ່າຂອງ r ໃສ່ສົມສົມ (9), ຈະໄດ້ຄ່າສຸດທິຂອງ K

$$K = \frac{P_T(P_0P_T - 2P_0P_{2T} + P_T P_{2T})}{P_T^2 - P_0P_{2T}} \quad (13)$$

ໂດຍອີງຕາມ (Jr., C.H. and Penny, D.E., (1994), ສົມມຸດໃຫ້ເມັດປ່ຽນໂຄ້ງຂອງແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບໂລຈິສະຕິກແມ່ນເວລາ $t = \tau$ ຊຶ່ງບັນຫານີ້ເກີດຂຶ້ນໃນກໍລະນີ $P''(t) = 0$. ໂດຍອີງຕາມ (Ayele Taye Goshu and Purnachandra Rao Koya, 2013), ເມັດປ່ຽນໂຄ້ງຂອງແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບໂລຈິສະຕິກສາມາດຊອກໄດ້ດັ່ງຕໍ່ໄປນີ້. ຈາກ ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບໂລຈິສະຕິກໃນສົມສົມ (7), $P'(t)$ ແລະ $P''(t)$ ສາມາດຊອກໄດ້ດັ່ງລຸ່ມນີ້

$$P'(t) = rP(t) \left(1 - \frac{P(t)}{K} \right) \quad \text{ແລະ}$$

$$P''(t) = rP'(t) \left(1 - \frac{2P(t)}{K} \right).$$

ເຮົາຈະເຫັນວ່າ $P''(t) = 0$ ເມື່ອ $\left(1 - \frac{2P(t)}{K} \right) = 0$ ແລ້ວ

ຈະໄດ້ $P(t) = \frac{K}{2}$ ສຸດທ້າຍຈະໄດ້

$$\tau = \frac{1}{r} \ln \left(\frac{K}{P_0} - 1 \right) \quad (14)$$

ສົມສົມ (14) ແມ່ນສົມສົມທີ່ບົ່ງບອກເຖິງເມັດປ່ຽນໂຄ້ງຂອງການຂະຫຍາຍປະຊາກອນ ຍ້ອນວ່າເປັນເມັດທີ່ເຮັດໃຫ້ $P''(t) = 0$. ດັ່ງນັ້ນ, ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດສຳລັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງຜົນລະເມືອງໃນແບບຂອງໂລຈິສະຕິກ ຈະເກີດຂຶ້ນພຽງຈຸດດຽວ ຊຶ່ງຈຸດນັ້ນແມ່ນເວລາທີ່ປະຊາກອນມີການຂະຫຍາຍຕົວເຖິງເຄິ່ງໜຶ່ງຂອງການຂະຫຍາຍຕົວສູງສຸດຂອງຜົນລະເມືອງນັ້ນຄື $P(\tau) = \frac{K}{2}$.

2.3 ແບບຈຳລອງຂອງການຂະຫຍາຍຕົວແບບກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ

ໃນຫລາຍຂະແໜງການຂອງຄະນິດສາດນຳໃຊ້, ວິສະວະກຳສາດ, ວິທະຍາສາດ, ສ່ວນຫລາຍແຕ່ໄດ້ມາຈາກການທົດລອງ ແລະ ບັນຫາທີ່ເກີດຂຶ້ນຈາກທຳມະຊາດ. ບັນຫານດັ່ງກ່າວນັ້ນ ຈະກ່ຽວຂ້ອງກັບ 2 ຫຼື ຫຼາຍກວ່າ 2 ຕົວປ່ຽນ. ໃນທີ່ນີ້, ພວກເຮົາຈະພະຍາຍາມສຶກສາສົມສົມໃຈກຳລັງເພື່ອໃຫ້ສອດຄ່ອງກັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນໃດໜຶ່ງ

$$P(t) = \alpha e^{mt} \quad (15)$$

ຊຶ່ງ α ແລະ m ແມ່ນສອງຈຳນວນຄົງຄ່າທີ່ຈະຕ້ອງຊຶກ. ເພື່ອບັນລຸເປົ້າໝາຍການຊອກຫາຄ່າ α ແລະ m ພວກເຮົາໄດ້ສັງເກດເວລາ ແລະ ຈຳນວນປະຊາກອນທີ່ກົງກັບເວລານັ້ນໆ ຫລາຍຄັ້ງ. ເປົ້າໝາຍຂອງບັນຫາກໍແມ່ນການຊອກຫາຄ່າຄົງທີ່ສຸດຂອງ α ແລະ m ໂດຍການໃຊ້ຄ່າທີ່ພວກເຮົາສັງເກດໄດ້ຈາກ ເວລາ t ແລະ ຈຳນວນປະຊາກອນ P . ສະນັ້ນ, ຫລັກການຂອງວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ ຈະຕອບສະໜອງໜຶ່ງຄຳຕົວຢ່າງສຳລັບຈຳນວນຄົງຄ່າ α ແລະ m . ແລະ ໃນທີ່ນີ້ຈະມີເສັ້ນແດງຂອງຕຳລາທີ່ເໝາະສົມທີ່ສຸດກັບຂໍ້ມູນທີ່ມີ. ວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດອາດຈະເປັນວິທີທີ່ມີລະບົບທີ່ດີທີ່ສຸດສຳລັບການສ້າງເສັ້ນສະແດງໜຶ່ງດຽວຂອງຕຳລາໃຫ້ປັບເຂົ້າກັບຂໍ້ມູນທີ່ມີ.

ສົມມຸດເມັດ $(t_0, P_0), (t_1, P_1), \dots, (t_{n-1}, P_{n-1})$ ແມ່ນເມັດທີ່ໃຫ້ມາ ແລະ ພວກເຮົາຕ້ອງການປັບເມັດເຫລົ່ານັ້ນໃຫ້ເຂົ້າສຸດກັບຕຳລາໃຈກຳລັງໃນສົມຜົນ (15). ເອົາໂລກາລິດແປເຂົ້າທັງສອງເບື້ອງຂອງສົມຜົນ (15), ຈະໄດ້

$$\ln(P) = \ln(\alpha) + mt$$

ຫລັງຈາກນັ້ນວາງຕົວປ່ຽນໃໝ່ໂດຍໃຫ້

$Y = \ln(P)$, $k = \ln(\alpha)$. ແລ້ວສົມຜົນເທິງຈະກາຍເປັນສົມຜົນລີເນແອທີ່ມີຕົວປ່ຽນເປັນ Y ແລະ t , ຊຶ່ງສົມຜົນລີເນແອນັ້ນແມ່ນ

$$Y = k + mt \quad (16)$$

ວາງໃຫ້ e_i ເປັນຜົນຕ່າງລະຫວ່າງເບື້ອງຊ້າຍມີ ກັບເບື້ອງຂວາມີຂອງສົມຜົນ (16), ໝາຍວ່າ

$$e_i = (Y_i - k - mt_i), \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

ຈະໄດ້ຜົນບວກກຳລັງສອງຂອງສົມຜົນເທິງນີ້ແມ່ນ

$$S = \sum_{i=0}^{n-1} e_i^2 = \sum_{i=0}^{n-1} (Y_i - k - mt_i)^2 \quad (17)$$

ໂດຍອີງຕາມຫລັກການຂອງວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ, ຈະເຫັນວ່າເສັ້ນສະແດງທີ່ດີທີ່ສຸດຂອງຕຳລາທີ່ຈະປັບເຂົ້າກັບຂໍ້ມູນທີ່ມີ ຈະເກີດຂຶ້ນໃນເມື່ອໄດ້ຜົນບວກກຳລັງສອງລະຫວ່າງຄ່າປະເມີນ ແລະ ຄ່າຈິງຂອງຕົວປ່ຽນຕາມຂອງຂໍ້ມູນຕົວຢ່າງມີຄ່ານ້ອຍສຸດ. ນີ້ໝາຍຄວາມວ່າ

$$\frac{\partial S}{\partial c} = -2 \sum_{i=0}^{n-1} (Y_i - k - mt_i) = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial a} = -2 \sum_{i=0}^{n-1} (Y_i - k - mt_i)(t_i) = 0 \quad (18)$$

ແກ້ ສົມຜົນ (18), ຈະໄດ້ລະບົບສົມຜົນ

$$nk + m \sum_{i=0}^{n-1} t_i = \sum_{i=0}^{n-1} Y_i$$

$$\text{ແລະ} \quad k \sum_{i=0}^{n-1} t_i + m \sum_{i=0}^{n-1} t_i^2 = \sum_{i=0}^{n-1} t_i Y_i \quad (19)$$

ລະບົບສົມຜົນ (19) ເປັນລະບົບສົມຜົນທົ່ວໄປໃຊ້ສຳລັບແກ້ເພື່ອຊອກຫາຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ k ແລະ m ຊຶ່ງຄ່າຂອງ k ແລະ m ນີ້ຈະເຮັດຄ່າຜິດພາດກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດຊຶ່ງສາມາດເບິ່ງຄຳອະທິບາຍລະອຽດໃນ (John H. Mathews and Kurtis K. Fink, 2004) ມີຄ່າຕໍ່າສຸດ. ຫລັງຈາກຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ k ແລະ m ຊອກໄດ້ແລ້ວ, ພວກເຮົາກໍສາມາດຊອກຫາຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ α ຈາກສົມຜົນ $\alpha = e^k$. ແທນຄ່າຂອງ α ແລະ m ໃສ່ສົມຜົນ (15), ພວກເຮົາຈະໄດ້ສົມຜົນເສັ້ນສະແດງຂອງຕຳລາທີ່ສາມາດປັບເຂົ້າກັບຂໍ້ມູນທີ່ໃຫ້ມາໄດ້ດີທີ່ສຸດ.

2.4 ການປະເມີນຄ່າຂອງໃຈຜົນທີ່ດີທີ່ສຸດຕໍ່ກັບແບບຈຳລອງຂອງແມ້ນຕັສ

ໃນຫົວຂໍ້ນີ້, ພວກເຮົາຈະໃຊ້ວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດເພື່ອກະເນີນຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມໃນແບບຈຳລອງການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນຂອງແມ້ນຕັສ ເພື່ອຊອກຫາຄ່າດີທີ່ສຸດຂອງໃຈຜົນເພາະສະນັ້ນ ວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດຈະຖືກນຳໄປໃຊ້ ເພື່ອຊອກຫາຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ β ໃນແບບຈຳລອງຂອງແມ້ນຕັສເຊັ່ນຕົວຢ່າງ ຕຳລາໃຈກຳລັງໃນສົມຜົນ (3) ກໍ່ມີທາງເລືອກທີ່ຈະໄດ້ຄ່າທີ່ຕ່າງກັນຂອງ β . ເວົ້າອີກແບບໜຶ່ງ, ສຳລັບ $(n+1)$ ຕົວເລກຂອງປະຊາກອນ, ພວກເຮົາຈະໄດ້ (n) ຄ່າຂອງ β ທີ່ຄິດໄລ່ໄດ້ຈາກສົມຜົນ (4) ແຕ່ວ່າຄ່າຕ່າງໆເຫຼົ່ານັ້ນ ອາດຈະມີບາງ (ຫຼືຫຼາຍຄ່າ) ທີ່ບໍ່ເໝາະສົມການປະເມີນຫາຄ່າການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນ. ດັ່ງນັ້ນ, ມັນເປັນສິ່ງຈຳເປັນທີ່ຈະຊອກຫາຄ່າໜຶ່ງດຽວ ແລະ ດີທີ່ສຸດຂອງຄ່າຕົວປ່ຽນທຽມ β ເພື່ອເຮັດໃຫ້ຕຳລາໃຈກຳລັງໃນສົມຜົນ (3) ທີ່ເຮັດໜ້າທີ່ປະເມີນຄ່າຂອງປະຊາກອນໄດ້ດີທີ່ສຸດໂດຍອີງຕາມຂໍ້ມູນທີ່ໃຫ້ມາ. ສະນັ້ນ, ໃນທີ່ນີ້, ພວກເຮົາບັງຄັບໃຫ້ $P_0 e^{\beta t} \approx \alpha e^{mt}$ ນີ້ໝາຍຄວາມວ່າ $e^{(\beta-m)t} \approx \frac{\alpha}{P_0}$. ຫລັງຈາກດຳເນີນຂະບວນການທາງຄະນິດສາດຈຳນວນໜຶ່ງ, ຈະໄດ້

$$(\beta - m) \approx \frac{1}{t} \ln \left(\frac{\alpha}{P_0} \right) \text{ ແລ້ວຈະໄດ້}$$

$$P_0 e^{\beta t} \approx \alpha e^{mt} \text{ ໃນເມື່ອ } \beta \approx m$$

ຕໍ່ໄປນີ້ພວກເຮົາຈະໃຫ້ (ε) ແມ່ນຜົນຕ່າງຄ່າສົມບູນລະຫວ່າງ β ແລະ m ຫລື $\varepsilon = |\beta - m|$. ກ່ອນໜ້ານີ້ພວກເຮົາໄດ້ເວົ້າເຖິງວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດທີ່ສາມາດໃຫ້ຄ່າດີທີ່ສຸດຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ α ແລະ m ໃນສົມຜົນ

(15). ຫຼັງຈາກທີ່ໄດ້ຄ່າຂອງ m ແລະ ຄ່າຕ່າງໆຂອງ β ຈາກສົມຜົນ (19) ແລະ ສົມຜົນ (4) ຕາມລຳດັບ, ພວກເຮົາຍັງຈະຕ້ອງໄດ້ຄິດໄລ່ຄ່າສົມບູນຂອງ (ε) . ຈາກນັ້ນ ໃຫ້ສັງເກດຄ່າສົມບູນຂອງ (ε) ຕົວໃດມີຄ່າສົມບູນຕໍ່າສຸດ ຕົວນັ້ນຈະເປັນຄ່າທີ່ສຸດຂອງ β . ການຄິດໄລ່ຂອງ β ແມ່ນຄິດໄລ່ຕາມສົມຜົນ (4) ແຕ່ວ່າຕັດແປງເປັນດັ່ງລຸ່ມນີ້

$$\beta_i = \frac{\ln(P(t_i)) - \ln(P_0)}{t_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

ແລ້ວຄິດໄລ່ຄ່າສົມບູນຂອງ (ε) ຕາມສູດ

$$\varepsilon_i = |\beta_i - m|, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (20)$$

ທັນໃດທີ່ໄດ້ຄ່າສົມບູນຂອງ (ε) ຈາກສູດ (20), ພວກເຮົາຈະເລືອກເອົາຄ່າສົມບູນຕໍ່າສຸດຂອງມັນ (ຫຼື $\min\{\varepsilon\}$). ສຸດທ້າຍພວກເຮົາກໍສາມາດກຳນົດເວລາ ແລະ ຄ່າຂອງປະຊາກອນບ່ອນທີ່ຄ່າສົມບູນຂອງ (ε) ມີຄ່າຕໍ່າສຸດ. ແທນຄ່າຂອງ β ແລະ P_0 ໃສ່ສົມຜົນ (3), ແລ້ວກໍສາມາດກຳນົດການປະເມີນການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະກອນໄດ້ຕາມທີ່ຕ້ອງການ.

ກ່ອນໜ້ານີ້ພວກເຮົາຍັງໄດ້ສະເໜີແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບໂລຈິສະຕິກທີ່ສາມາດກາຍເປັນແບບຈຳລອງຂອງແມັ້ນຕັສ ຖ້າວ່າ $P \ll K$. ພາຍໃຕ້ຂໍ້ສົມມຸດນີ້ມັນເປັນໄປໄດ້ທີ່ຍອມຮັບໃຈຜົນຂອງແບບຈຳລອງແບບໂລຈິສະຕິກ ແລະ ສຳລັບໃຈຜົນຂອງແບບຈຳລອງແບບໂລຈິສະຕິກ, ພວກເຮົາຕ້ອງໄດ້ໃຊ້ເວລາ t ແລະ ຈຳນວນປະຊາກອນ P ທີ່ກົງກັບມັນ ແລະ ເຮັດໃຫ້ຄ່າສົມບູນຂອງ (ε) ໃນສູດ (20) ມີຄ່ານ້ອຍສຸດເພາະສະນັ້ນ ມັນຈຶ່ງເປັນການປະເມີນຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ r ແລະ K ໃນສົມຜົນ (7). ແຕ່ວ່າຍ້ອນ P ມີແນວໂນ້ມກ້າວເຂົ້າຫາ K , ຂໍ້ສົມມຸດນີ້ນອາດຈະໃຊ້ການບໍ່ໄດ້.

2.4 ຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນ (Mean Absolute Percentage Error (MAPE))

ຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນ ກຳນົດດ້ວຍສູດລຸ່ມນີ້

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum \left| \frac{X_t - \tilde{X}}{X_t} \right| * 100 \quad (21)$$

ຊຶ່ງ X_t , $\tilde{X}$ ແລະ N ແມ່ນຄ່າຈິງ, ຄ່າປະມານ ແລະ ຈຳນວນຂໍ້ມູນຂອງປະຊາກອນຕາມລຳດັບ. ຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນ ແມ່ນການວັດແທກຄ່າຜິດພາດທີ່ຄິດໄລ່ເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຂໍ້ມູນປະມານທຽບກັບຂໍ້ມູນຈິງ. ມັນມີຈຸດດີໃນຕົວມັນເອງເພາະວ່າມັນໄດ້ໃຫ້ວິທີງ່າຍດາຍໃນການສັງເກດຄ່າຜິດພາດນັ້ນ, ຖ້າຄ່າຜິດ

ພາດດັ່ງກ່າວມີຄ່ານ້ອຍກໍສະແດງວ່າ ຄວາມຊັດເຈນຂອງປະເມີນມີຫຼາຍ, ໃນທາງກົງກັນຂ້າມຖ້າຄ່າຜິດພາດນັ້ນ ມີຄ່າໃຫຍ່ ຄວາມຊັດເຈນຂອງການປະເມີນກໍ່ມີໜ້ອຍ.

3. ຜົນໄດ້ຮັບ

ເພື່ອຈະຄາດຄະເນການຂະຫຍາຍຕົວຂອງຝົນລະເມືອງລາວໃນອານາຄົດ, ທຳອິດພວກເຮົາຕ້ອງໄດ້ຊອກຫາຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ k, m ແລະ α ໂດຍໃຊ້ຕຳລາໃຈກຳລັງໃນສົມຜົນ (15). ໃຊ້ຂໍ້ມູນກ່ຽວກັບປະຊາກອນຂອງລາວ ຈາກຕາຕະລາງ 1 ທີ່ໃຫ້ມາຂ້າງລຸ່ມນີ້ ແລະ ໃຊ້ໂຄດທີ່ຂຽນໃນ MATLAB ພວກເຮົາສາມາດຊອກຫາຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ k ແລະ m ໄດ້ຈາກລະບົບສົມຜົນ ລຸ່ມນີ້:

$$\begin{cases} 21k + 210m = 328.6 \\ 210k + 2870m = 13297.6 \end{cases} \quad (22)$$

ດັ່ງນັ້ນ, ໄດ້ $k = 15.4881$, $m = 0.0157$ ແລະ $\alpha = e^k = 5325900$.

ແທນຄ່າຂອງ $\alpha =$ ແລະ $m =$ ແທນໃສ່ສົມຜົນ (15), ຈະໄດ້ A

$$P(t) = 5325900e^{0.0157t} \quad (23)$$

ສົມຜົນເທິງນີ້ແມ່ນແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດກ່ຽວກັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນດ້ວຍວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດທີ່ສາມາດໃຊ້ເຂົ້າໃນການປະເມີນຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນຕາມ P ຕາມຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນເອກະລາດ t ແລະ ເສັ້ນສະແດງຂອງມັນຈະສະແດງໃຫ້ເຫັນໃນຮູບລຸ່ມນີ້ຊຶ່ງເສັ້ນສະແດງດັ່ງກ່າວຈະມີການປຽບທຽບກັບເສັ້ນສະແດງຂອງຂໍ້ມູນຈິງກ່ຽວກັບປະຊາກອນຂອງ ສປປ ລາວ.

ຂໍ້ມູນໃນ ຕາຕະລາງ 2 ທີ່ໃຫ້ມາຂ້າງລຸ່ມນັ້ນແມ່ນໄດ້ມາຈາກການຄິດໄລ່ໃນສົມຜົນ (20). ຈາກຕາຕະລາງດັ່ງກ່າວ ສາມາດເຫັນໄດ້ວ່າຄ່າຜິດພາດ (ຄ່າຂອງ β) ສ່ວນຫຼາຍແມ່ນມີຄ່າເກືອບເທົ່າ 0.0157 ໃນນັ້ນຄ່າຕໍ່າສຸດຂອງ ε ແມ່ນ $\varepsilon = 6E - 06$ ຊຶ່ງກົງກັບຄ່າຂອງ $\beta = 0.017006$, ຫຼັງຈາກນັ້ນ ພວກເຮົາກໍເຂົ້າໄດ້ຢ່າງງ່າຍດາຍວ່າ ໃນເມື່ອເວລາ $t = 17(2017)$ ແມ່ນ $\beta = 0.017006$. ແທນຄ່າຂອງ $\beta = 0.017$ ແລະ $P_0 = 5323700$ ໃສ່ສົມຜົນ (3), ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດກ່ຽວກັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນຂອງແມັ້ນຕັສຈະມີໃຈຜົນທີ່ດີສຸດ ດັ່ງລຸ່ມນີ້

$$P(t) = 5323700e^{0.0157t} \quad (24)$$

ແຕ່ວ່າຕ້ອງໄດ້ຮັບຮູ້ວ່າໃຈຜົນນີ້ເປັນໃຈຜົນທີ່ດີທີ່ສຸດພຽງແຕ່ສຳລັບຂໍ້ມູນທີ່ໃຫ້ມາໃນຕາຕະລາງ 1 ເທົ່ານັ້ນ. ດັ່ງນັ້ນ, ອັດຕາການເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ມີປະມານ 1.71% ຕໍ່ປີ ໂດຍໄດ້ຈາກການຄິດໄລ່ຕາມແບບຈຳ

ລອງທາງຄະນິດສາດກ່ຽວກັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງຜົນລະເມືອງຂອງແມັ້ນຕັສ. ເສັ້ນສະແດງຂອງຕຳລາໃນສົມຜົນ (24), ຈະສະແດງໃຫ້ເຫັນຢູ່ລຸ່ມນີ້ໂດຍແຕ່ມຸມກັບເສັ້ນສະແດງຂອງຂໍ້ມູນຈິງກ່ຽວກັບປະຊາກອນຂອງ ສປປ ລາວ.

ສຳລັບແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດກ່ຽວກັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນໃນຮູບແບບໂລຈິສະຕິກພວກເຮົາໃຊ້ $t = T = 10$ ແລະ $t = 2T = 20$ ພ້ອມດ້ວຍຈຳນວນປະຊາກອນທີ່ກົງກັບເວລານັ້ນໆແມ່ນ $P_{10} = 6249165$ ແລະ $P_{20} = 7275560$ ຕາມລຳດັບ ເພື່ອຈະນຳໄປປະເມີນຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ r ແລະ K . ແທນຄ່າຂອງ P_0, P_{10} , ແລະ P_{20} ໃສ່ສົມຜົນ (13), ຈະໄດ້ຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ $K = 2,484,784$. ຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ K ແມ່ນຄ່າປະມານຂີດຈຳກັດສູງສຸດຂອງປະຊາກອນສປປ ລາວ ທີ່ຈະເກີດຂຶ້ນໄດ້ (ປະຊາກອນທີ່ສາມາດຮອງຮັບໄດ້ສູງສຸດ). ຈາກສົມຜົນ (12) ຈະໄດ້ຄ່າຂອງຕົວປ່ຽນທຽມ $r = 0.0209$. ຄ່ານີ້ສາມາດບົ່ງບອກວ່າຄ່າປະມານຂອງອັດຕາການເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວຕໍ່ປີແມ່ນ % ຊຶ່ງໄດ້ຈາກການຄິດໄລ່ຕາມແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດກ່ຽວກັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງຜົນລະເມືອງຕາມແບບໂລຈິສະຕິກ. ສຸດທ້າຍແທນຄ່າຂອງ P_0, r , ແລະ K ໃສ່ສົມຜົນ (7), ຈະໄດ້ໃຈຜົນທົ່ວໄປຂອງແບບຈຳລອງແບບໂລຈິສະຕິກດັ່ງລຸ່ມນີ້

$$P(t) = \frac{2,484,784}{1 + 3.6674e^{-0.0209t}} \quad (25)$$

ໂດຍອີງຕາມຂໍ້ມູນຈິງກ່ຽວກັບຈຳນວນປະຊາກອນສປປ ລາວ ທີ່ໃຫ້ມາໃນຕາຕະລາງ 1, ແລະ ຈາກສົມຜົນ (14), ຈະໄດ້ເວລາ (ປີ) $t = 63$ ເປັນເວລາທີ່ປະຊາກອນຂອງ ສປປ ລາວຈະມີຄ່າເທົ່າກັບເຄິ່ງໜຶ່ງຂອງປະຊາກອນທີ່ສາມາດຮອງຮັບໄດ້ສູງສຸດ ຫລື ຈະເວົ້າອີກແບບໜຶ່ງຜົນລະເມືອງ ຂອງ ສປປ ລາວ ຈະຂະຫຍາຍຕົວໄວທີ່ສຸດໃນປີທີ 63 ນັບຈາກປີ 2000 ເປັນຕົ້ນໄປຊຶ່ງໃນເວລານັ້ນປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ຈະມີປະມານ 12,530,949 ຄົນ ຊຶ່ງເທົ່າກັບເຄິ່ງໜຶ່ງຂອງຂີດຄວາມສາມາດຂະຫຍາຍຕົວສູງສຸດຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ.

ຈາກສົມຜົນ (21), ຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນຕາມສົມຜົນ (23), (24) ແລະ (25) ຄິດໄລ່ໄດ້ 0.1162%, 0.1167%, and 0.1319% ຕາມລຳດັບ.

4. ວິພາກຜົນ

ຈາກຕາຕະລາງ 1, ຈະເຫັນວ່າຜົນລະເມືອງລາວມີການເພີ່ມຂຶ້ນແບບສະໝໍ່າສະເໝີ ຊຶ່ງຈຳນວນປະຊາກອນທີ່ເພີ່ມຂຶ້ນນັ້ນໂດຍສະເລ່ຍມີປະມານ ໜຶ່ງແສນຄົນຕໍ່ປີ. ການ

ເພີ່ມໃນລະດັບນີ້ ຖືວ່າຍັງບໍ່ຫຼາຍ ນີ້ກໍ່ຍ້ອນວ່າ ຕາໜ່າງການສຶກສາຂອງ ສປປ ລາວ ໄດ້ຮັບການປັບປຸງ, ມີການຂະຫຍາຍແຕ່ຕົວເມືອງຈົນຮອດຊົນນະບົດ ແລະ ລັດຖະບານລາວກໍ່ໄດ້ໃຫ້ໂອກາດແກ່ຜົນລະເມືອງລາວເຂົ້າເຖິງລະບົບການສຶກສາຢ່າງເທົ່າທຽມກັນ ຊຶ່ງໄດ້ເຮັດໃຫ້ປະຊາກອນລາວໄດ້ຮັບການສຶກສາສູງຂຶ້ນ ແຕ່ວ່າໃນທາງກົງກັນຂ້າມກະແສສັງຄົມກ່ຽວກັບວັດຖຸນິຍົມກໍ່ສູງ, ການແຕ່ງງານໃນຊ່ວງເຍົາວະ (16-22 ປີ) ມີການຫຼຸດລົງ, ຄວາມສາມາດໃນການຄຸມກຳເນີດ ແລະ ກະແສສັງຄົມຕໍ່ກັບການເອົາລູກໜ້ອຍຂອງຄູ່ສົມລົດ ພ້ອມກັບການທຳແຫ່ງເຖື່ອນກໍ່ຍັງມີໃນສັງຄົມ. ສິ່ງເຫຼົ່ານີ້ເປັນປັດໃຈສຳຄັນທີ່ເຮັດໃຫ້ປະຊາກອນລາວບໍ່ມີການຂະຫຍາຍຕົວຫຼາຍ.

ຈາກຕາຕະລາງ 1 ແລະ 2, ຈະເຫັນວ່າ ຂໍ້ມູນຈິງຂອງປະຊາກອນ ແລະ ຂໍ້ມູນປະມານທີ່ໄດ້ຈາກການໃຊ້ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດຂອງວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ ແລະ ວິທີຂອງແມັ້ນຕັສຈະມີຄ່າປະມານທີ່ໃກ້ຄຽງກັນທີ່ສຸດ ສ່ວນວິທີໂລຈິສະຕິກມີຄວາມຜິດດ່ຽງກັບສອງວິທີທີ່ເວົ້າມານັ້ນ ພຽງແຕ່ 0.0157%. ຈາກເສັ້ນສະແດງທີ 3 ຈະເຫັນວ່າ ການປະເມີນຄ່າຂອງປະຊາກອນດ້ວຍວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ ແລະ ວິທີແມັ້ນຕັສ ຈະມີຄ່າໃກ້ຄຽງກັບຄ່າຈິງຂອງປະຊາກອນທີ່ສຸດໃນຊ່ວງປີ 2007-2014. ໃນຂະນະນັ້ນ ການປະເມີນດ້ວຍວິທີໂລຈິສະຕິກ ຂ້ອນຂ້າງມີຄ່າຜິດດ່ຽງຕ່າງກັບສອງວິທີທີ່ກ່າວມາກ່ອນນັ້ນ ແຕ່ກໍ່ຕ່າງກັນບໍ່ຫຼາຍ (ຕ່າງກັນດ້ວຍ 10^{-3}). ນີ້ໝາຍຄວາມວ່າ ເມື່ອເວລາ (ປີ) ເພີ່ມຂຶ້ນ ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ ແບບໂລຈິສະຕິກ ຈະມີຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນຫຼາຍກວ່າແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດຂອງແມັ້ນຕັສ ແລະ ແບບກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດນີ້ອາດຈະຍ້ອນຂໍ້ສົມມຸດຖານກ່ອນໜ້ານັ້ນທີ່ວ່າ $P \ll K$. ສິ່ງນີ້ຈະສະແດງໃຫ້ເຫັນໃນຮູບ

ອີງຕາມຂໍ້ມູນໃນເວັບໄຊໃນ World Bank Data, ອັດຕາການເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ໂດຍສະເລ່ຍແລ້ວຈະມີປະມານ 1.5% ຕໍ່ປີ ຊຶ່ງຕົວເລກຈະສອດຄ່ອງກັບອັດຕາການເຕີບໂຕຂອງຜົນລະເມືອງ ສປປ ລາວ ທີ່ຊອກໄດ້ຈາກແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ ດ້ວຍວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດຊຶ່ງມີຄ່າເທົ່າ 1.57%

$$(m = 0.0157 = 1.57\%)$$

5. ສະຫຼຸບ

ໃນບົດວິໄຈນີ້, ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດສຳລັບການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ໃນອານາຄົດໄດ້ຖືກນຳໃຊ້ໂດຍອີງໃສ່ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນເປັນຕົວຫລັກຊຶ່ງແບບຈຳລອງທີ່ໃຊ້ນັ້ນລວມມີແບບຈຳລອງ

ທາງຄະນິດສາດ ຂອງແມ້ນ ຕັສ ແລະ ແບບໂລຈິສະຕິກ. ການສຶກສາຍັງໄດ້ໃຊ້ແບບຈຳລອງກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ ເພື່ອ ຄິດໄລ່ອັດຕາການເຕີບໂຕທີ່ດີທີ່ສຸດສຳລັບວິທີຂອງແມ້ນຕັສ ແລະ ແບບຈຳລອງກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດຍັງໄດ້ປະເມີນການ ຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນ ດ້ວຍອັດຕາການຂະຫຍາຍ ຕົວ ຕໍ່ປີທີ່ມີຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍ ສົມບູນ ເທົ່າກັບ 0.1162%, ແບບຈຳລອງ ຂອງແມ້ນຕັສ ໄດ້ປະເມີນການຂະຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາກອນດ້ວຍອັດຕາ ການຂະຫຍາຍ ຕົວຕໍ່ປີທີ່ມີຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍ ຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນ ເທົ່າກັບ 0.1167%. ສ່ວນແບບ ຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບໂລຈິສະຕິກ ຈະໄດ້ຄຳປະມານ ຂີດຈຳກັດສູງສຸດ ຂອງປະຊາກອນທີ່ຈະເກີດຂຶ້ນໄດ້ແມ່ນ $K = 12,530,949$ ໃນຂະນະທີ່ອັດຕາການຂະຫຍາຍຕົວ ຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ຢູ່ທີ່ 1.57% ຕໍ່ ພ້ອມກັບ ຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນ ເທົ່າ ກັບ 0.1319%. ອີງຕາມຂໍ້ມູນທີ່ໄດ້ມາຂ້າງເທິງນີ້, ພວກ ເຮົາສາມາດສະຫຼຸບໄດ້ວ່າແບບຈຳລອງທາງຄະນິດ ສາດ ກ່ຽວກັບການຂະຫຍາຍ ຕົວຂອງປະຊາກອນທີ່ໃຊ້ເຂົ້າໃນການ ປະເມີນການເຕີບໂຕຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ຈະມີແບບ ກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ ແລະ ແບບຈຳລອງ ຂອງແມ້ນຕັສ ທີ່ມີ ຄວາມຜິດພາດເປັນສ່ວນຮ້ອຍຂອງຄ່າສະເລ່ຍສົມບູນໜ້ອຍ ກວ່າແບບຈຳລອງແບບໂລຈິສະຕິກ ໃນບັນດາແບບຈຳລອງ ທີ່ພວກເຮົານຳສະເໜີໃນບົດວິໄຈນີ້ ນີ້ໝາຍຄວາມວ່າແບບ ຈຳລອງທາງຄະນິດສາດສອງແບບນັ້ນຈະໃຫ້ຄ່າໃກ້ຄຽງກັບ ຄ່າຈິງຂອງຂໍ້ມູນ. ນອກນີ້, ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ ແບບໂລຈິສະຕິກຍັງສາມາດຄາດຄະເນໄດ້ວ່າປະຊາ ກອນຂອງ ສປປ ລາວ ຈະຂະຫຍາຍຕົວໄວສຸດ ເມື່ອເວລາ $t = 63$ ຊຶ່ງມີປະຊາກອນແມ່ນ 12,530,949. MATLAB ໂຄດທີ່ໃຫ້ໃນ appendix ແມ່ນອີງໃສ່ອາລ ກຳນົດກ່ຽວກັບການແກ້ລະ ບົບສົມຜົນລິເນແອ ແລະ ການ ແຕ້ມເສັ້ນສະແດງຂອງຕຳລາ ແມ່ນຖືກໃຊ້ເຂົ້າໃນການປະ ເມີນປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ໃນອານາຄົດ. ຍິ່ງໄປກວ່ານັ້ນ ອັດຕາການຂະຫຍາຍ ຕົວຂອງປະຊາກອນສປປ ລາວ ຕາມ ແບບຈຳລອງທາງຄະ ນິດສາດແບບກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດທີ່ ມີຄ່າເທົ່າ 1.57% ຕໍ່ປີ ແມ່ນສອດຄ່າກັບອັດຕາການຂະ ຫຍາຍຕົວຂອງປະຊາ ກອນລາວທີ່ປຶ້ງບອກໃນ (World Bank Data)

6. ຂໍ້ຂັດແຍ່ງ

ຂ້າພະເຈົ້າ ແລະ ທີມງານໃນນາມຜູ້ຄົນຄວ້າວິທະຍາ ສາດ ຂໍປະຕິຍານຕົນວ່າ ຂໍ້ມູນທັງໝົດທີ່ມີໃນບົດຄວາມ ວິຊາການດັ່ງກ່າວນີ້ ແມ່ນບໍ່ມີຂໍ້ຂັດແຍ່ງທາງຜົນປະໂຫຍດ

ກັບພາກສ່ວນໃດ ແລະ ບໍ່ໄດ້ເອື້ອປະໂຫຍດໃຫ້ກັບພາກ ສ່ວນໃດພາກສ່ວນໜຶ່ງ, ກໍລະນີມີການລະເມີດໃນຮູບການ ໃດໜຶ່ງ ພວກຂ້າພະເຈົ້າມີຄວາມຍິນດີທີ່ຈະຮັບຜິດ ຊອບ ແຕ່ພຽງຜູ້ດຽວ.

7. ເອກະສານອ້າງອີງ

- A. Wali D. Ntubabare, V. (2011). *Mathematical Modeling of Rwanda Population Growth Journal of Applied Mathematical Sciences*, Vol. 5, no. 53, 2617-2628.
- Alexande, S . (1998). *Theory of Linear and integer Programming* .
- Anderson. (1982) . *An Introduction to Management*. England.
- Anderson. (1982). *Quantitative Management Decision Making*. England: Belmont.
- Anderson. . (2001). *Quantitative*. . England.
- Anderson. (1982) . *An Introduction to Management*. England.
- Ayele Taye Gosu. (2013) . *Derivation of Inflection Points of Nonlinear Regression Curves- Implications to Statistics. American Journal of Theoretical and Applied Statistics*. Vol 2. No. 6, PP. 268-272. American.
- Edwards, Jr. (1994) . *Calculus with analytic Geometry*. Printice Hall International,. New Jersey. .
- Glen Ledder. (2005). *ສົມຜົນຈຸນລະຄະນິດສາມັນ ວິທີ ການສ້າງແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດ*. ສະຫະລັດ ອາເມລິກາ: ບໍລິສັດ McGraw-Hill.
- JAMES C. ROBINSON. (2004). *Introduction to Ordinary Differential Equations*. Cambridge University Press, . New York: Cambridge University Pres.
- John H. Mathews. (2004). *Numerical Methods Using Matlab*. Prentice- Hall Inc. , New Jersey.
- Lisatteur LILIANOU. (2022). *Study the causes of delays in the country's development with mathematical models*, 49-58.
- P.F. Vsterhul. (1838). *Notice sur la loi que la population poursuit dans son Accroissement, Correspondance mathematique et physique*, 10, 113121.
- T.R Malthus. (1798). *An Essay on The Principle of Population (1st edition, plus excerpts 1803 2nd edition)*, Introduction by Philip Appleman, and assorted commentary on Malthus edited by Appleman, Norton Critical Editions, ISBN 0-393-09202-X.

Word Bank Data. (n. d.) . ຄຳສະຫຍຸ້ຍ ໄຊຍະລາດ. (2012). ວິໄຈຄຳເນີນງານ .
<https://data.worldbank.org/indicator/SP.OP.TOTL?locations=IN> . ນະຄອນຫລວງວຽງຈັນ: ມະຫາວິທະຍາໄລແຫ່ງ
 ຊາດ.

ຕາຕະລາງ 1: ສະແດງໃຫ້ເຫັນຂໍ້ມູນຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ແຕ່ປີ 2000-2020.

ປີ	ປະຊາກອນຕົວຈິງ	ປີ	ປະຊາກອນຕົວຈິງ	ປີ	ປະຊາກອນຕົວຈິງ
2000	5323700	2007	5944948	2014	6639756
2001	5409582	2008	6046620	2015	6741164
2002	5493246	2009	6148623	2016	6845846
2003	5576640	2010	6249165	2017	6953035
2004	5662208	2011	6347567	2018	7061507
2005	5751676	2012	6444530	2019	7169455
2006	5846074	2013	6541304	2020	7275560

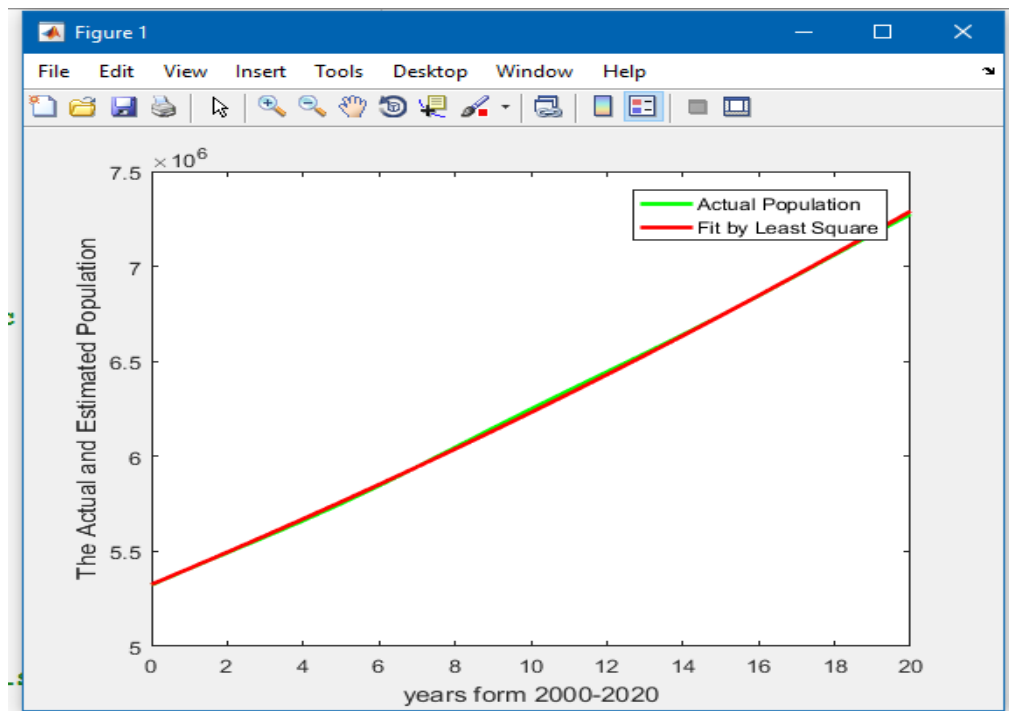
ຕາຕະລາງ 2: ສະແດງໃຫ້ເຫັນຄ່າຜິດພາດສົມບູນທີ່ໄດ້ຈາກການຄິດໄລ່ຕາມສູດທີ (20) ພ້ອມກັບຄ່າຂອງ t, P, β ແລະ m ຊຶ່ງເວລາ (t) ແມ່ນ (2000 – 2020) ທີ່ສອດຄ່ອງກັບຄ່າຂອງປະຊາກອນ P

t	P	β	m	$ \beta - m $	t	P	β	m	$ \beta - m $
1	5409582	0.016003	0.0157	0.000303	11	6347567	0.015991	0.0157	0.000291
2	5493246	0.015675	0.0157	0.000025	12	6444530	0.015921	0.0157	0.000221
3	5576640	0.015472	0.0157	0.000228	13	6541304	0.015843	0.0157	0.000143
4	5662208	0.015411	0.0157	0.000289	14	6639756	0.015779	0.0157	0.000079
5	5751676	0.015464	0.0157	0.000236	15	6741164	0.015737	0.0157	0.000037
6	5846074	0.015600	0.0157	0.000100	16	6845846	0.015717	0.0157	0.000017
7	5944948	0.015767	0.0157	0.000067	17	6953035	0.015706	0.0157	0.000006
8	6046620	0.015916	0.0157	0.000216	18	7061507	0.015693	0.0157	0.000007
9	6148623	0.016006	0.0157	0.000306	19	7169455	0.015666	0.0157	0.000034
10	6249165	0.016027	0.0157	0.000327	20	7275560	0.015617	0.0157	0.000083

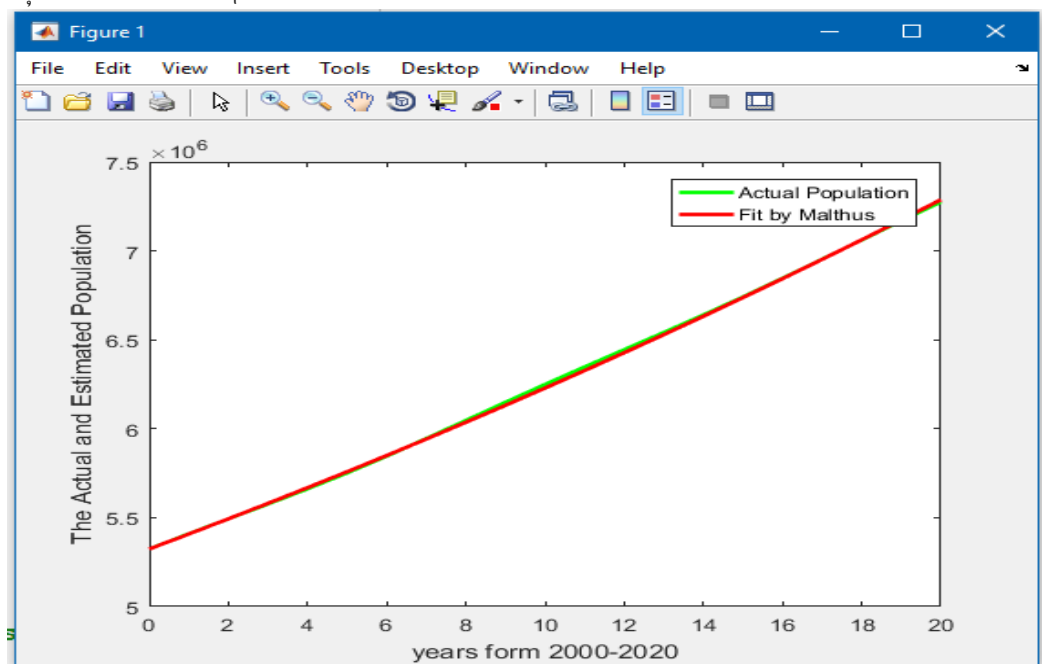
ຕາຕະລາງ 3: ສະແດງໃຫ້ເຫັນຄ່າປະມານຂອງປະຊາກອນ ສປປ ລາວ ໂດຍໃຊ້ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ, ແບບໂລຈິສະຕິກ ແລະ ຂອງແມັ້ນຕັສ

ປີ	ປະຊາກອນຕົວຈິງ	ຄາດຄະເນປະຊາກອນຕາມວິທີຕ່າງໆ		
		ວິທີກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ	ວິທີຂອງແມັ້ນຕັສ	ວິທີໂລຈິສະຕິກ
2000	5,323,700	5,325,900	5,323,700	5,323,700
2001	5,409,582	5,410,176	5,407,941	5,411,649
2002	5,493,246	5,495,786	5,493,516	5,500,641
2003	5,576,640	5,582,751	5,580,445	5,590,675
2004	5,662,208	5,671,092	5,668,749	5,681,751
2005	5,751,676	5,760,830	5,758,512	5,773,865
2006	5,846,074	5,852,989	5,849,572	5,867,016
2007	5,944,948	5,944,590	5,942,135	5,961,200
2008	5,944,948	6,038,657	6,036,163	6,056,413
2009	6,046,620	6,134,212	6,131,678	6,152,651
2010	6,148,623	6,231,297	6,228,705	6,249,911
2011	6,347,567	6,329,882	6,327,268	6,348,185
2012	6,444,530	6,430,046	6,427,390	6,447,470
2013	6,541,304	6,531,794	6,529,096	6,547,757
2014	6,639,756	6,635,152	6,632,412	6,649,041
2015	6,741,164	6,740,146	6,737,362	6,751,313
2016	6,845,846	6,846,802	6,843,973	6,854,566

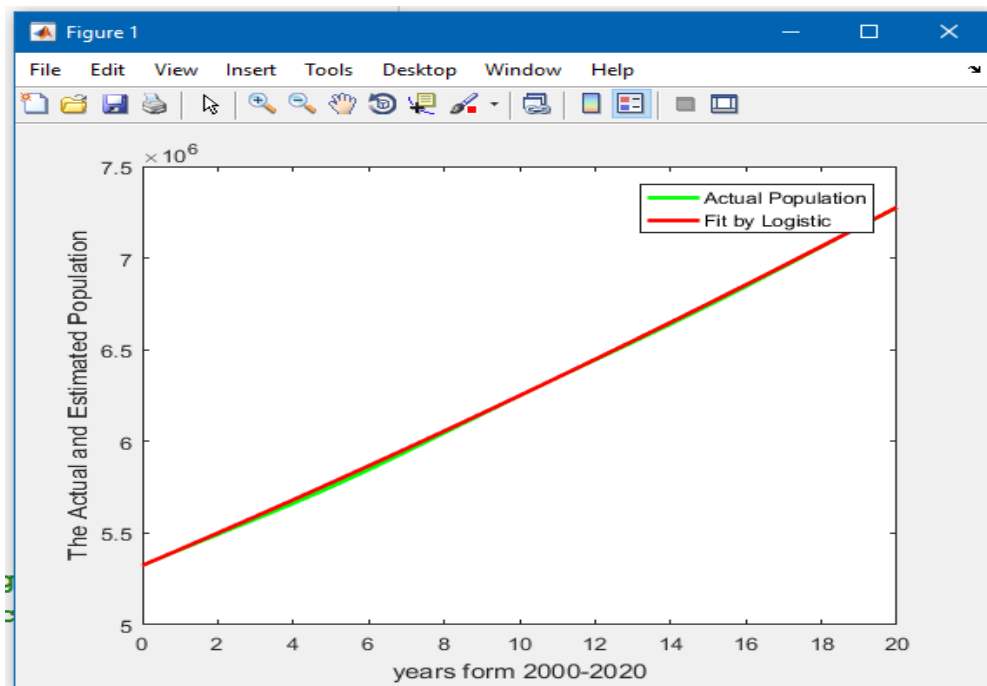
2017	6,953,035	6,955,145	6,952,272	6,958,791
2018	7,061,507	7,065,202	7,062,284	7,063,978
2019	7,169,455	7,177,001	7,174,037	7,170,118
2020	7,275,560	7,290,569	7,287,558	7,277,200
2021		7,405,935	7,402,875	7,385,261
2022		7,523,125	7,520,018	7,494,195
2023		7,642,170	7,639,014	7,604,036
2024		7,642,170	7,759,893	7,714,771
2025		7,885,942	7,882,684	7,826,386



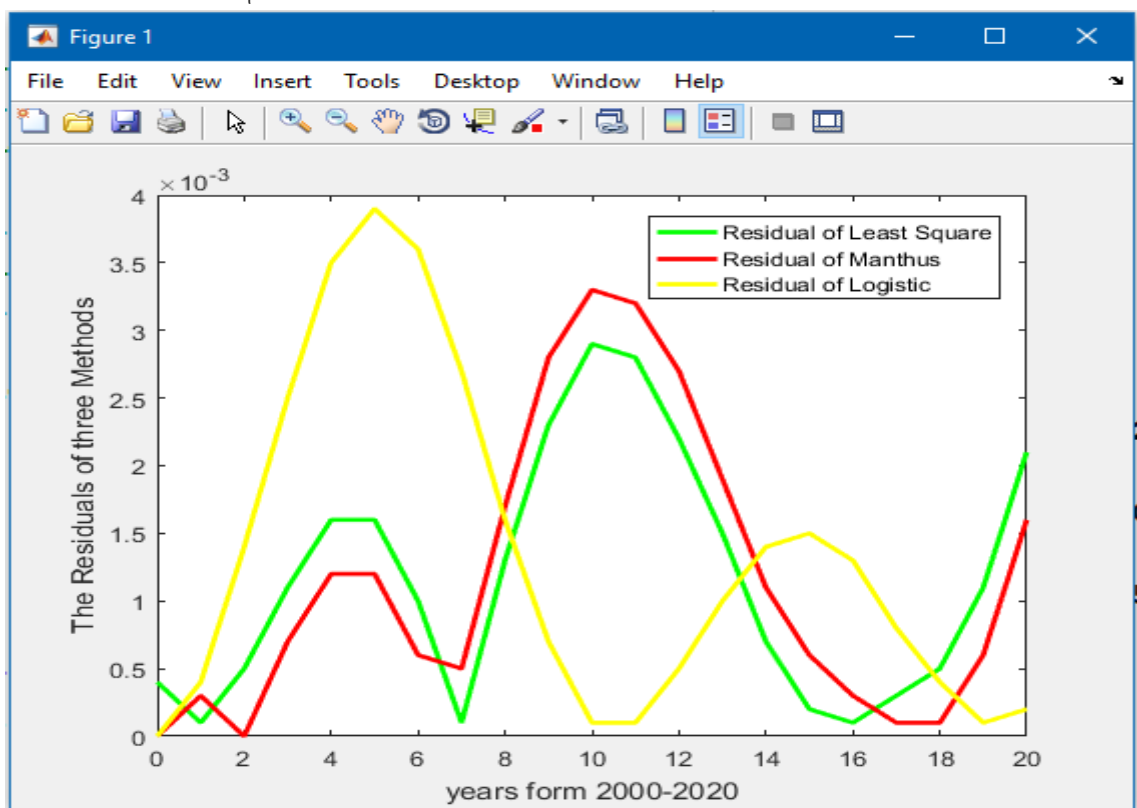
ຮູບທີ 1: ເສັ້ນສະແດງຂອງຂໍ້ມູນຈິງ ແລະ ເສັ້ນສະແດງຂອງຂໍ້ມູນທີ່ໄດ້ຈາກການນຳໃຊ້ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ ໃນການປະເມີນປະຊາກອນ ສປປ ລາວ



ຮູບທີ 2: ເສັ້ນສະແດງຂອງຂໍ້ມູນຈິງ ແລະ ເສັ້ນສະແດງຂອງຂໍ້ມູນທີ່ໄດ້ຈາກການນຳໃຊ້ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດຂອງແມັ້ນຕັສ ໃນການປະເມີນປະຊາກອນ ສປປ ລາວ



ຮູບທີ 3: ເສັ້ນສະແດງຂອງຂໍ້ມູນຈິງ ແລະ ເສັ້ນສະແດງຂອງຂໍ້ມູນທີ່ໄດ້ຈາກການນຳໃຊ້ແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບໂລຈິສະຕິກ ໃນການປະເມີນປະຊາກອນ ສປປ ລາວ



ຮູບທີ 4: ເສັ້ນສະແດງຂອງຄ່າຜິດພາດສະເລ່ຍສົມບູນ ຂອງແບບຈຳລອງທາງຄະນິດສາດແບບກຳລັງສອງນ້ອຍສຸດ, ແບບແມັ້ນຕັ້ສ ແລະ ແບບໂລຈິສະຕິກ ໃນການປະເມີນປະຊາກອນ ສປປ ລາວ